سری کتابهای کمک آموزشی کارشناسی ارشد

کنترل کیفیت آماری

مجموعه مهندسی صنایع

مؤلف: سعید فیاض

ویراستار علمی: پرویز فتاحی

فیاض، سعید
کنترل کیفیت آماری / سعید فیاض / ویراستار علمی پرویز فتاحی
مشاوران صعود ماهان، ۱۴۰۱
۳۳۳ ص: جدول، نمودار (آمادگی آزمون کارشناسی ارشد مهندسی صنایع)
ISBN: 978-600-458-846-1
فهرستنویسی بر اساس اطلاعات فیپا.
فارسی ـ چاپ اول
۱- کنترل کیفیت آماری ۲- آزمونها و تمرینها (عالی) ۳- آزمون دوره‌های تحصیلات تکمیلی
٤- دانشگاهها و مدارس عالی ـ ایران ـ آزمونها
سعید فیاض
ج ـ عنوان
۸٤ آ ۸٦ ط/ ۱۸/ ۲۷٦ QA
رده‌بندی دیویی: ۵۱۹/۵۰۷٦
کتابخانه ملی ایران ۱۹۷۱۹۵۳

نام کتاب: کنترل کیفیت آماری
مولف: سعید فیاض
ناشر: مشاوران صعود ماهان
نوبت و تاریخ چاپ اول/ ۱۴۰۱
تیراژ: ۱۰۰۰ نسخه
قیمت: ۲/۸۹۰/۰۰۰ ریال
شابک: ISBN: ۹۷۸-۶۰۰-۴۵۸-۸۴۶-۱

انتشـــــارات مشاوران صعود ماهان: سهروردی شمالی، میرزازینالی شرقی – پلاک ۵۱
تلفن: ۸۸۴۰۱۳۱۳

مقدمه ناشر

آیا آنانکه می‌دانند با آنانکه نمی‌دانند برابرند؟ (قرآن کریم)

پس از حمد و سپاس و ستایش به درگاه بی همتای احدیت و درود بر محمد مصطفی، عالی نمونـه بشـریت کـه در تاریـک دور تاریخ، بنا به فرمان نافذ صمدیت از میان مردمی برخاست که خود بودند در پست‌ترین حـد تـوحش و ضـلال و بربریـت و آنگـاه بـا قوانین شامل خویش هم ایشان را راهبری نمود و رهانید از بدویت و استعانت جوییم از قـرآن کـریم، کتـابی کـه هسـت جاودانـه و بی‌نقص تا ابدیت.

کتابی که در دست دارید آخرین ویرایش از مجموعه کتب خودآموز مؤسسه آموزش عالی آزاد ماهان است که برمبنـای خلاصـه درس و تأکید بر نکات مهم و کلیدی و تنوع پرسش‌های چهار گزینه‌ای جمع‌آوری شده است. در این ویرایش ضمن توجه کامل بـه آخرین تغییرات در سرفصل‌های تعیین شده جهت آزمون‌های ارشد تلاش گردیده است که مطالب از منابع مختلـف معتبـر و مـورد تأکید طراحان ارشد با ذکر مثال‌های متعدد بصورت پرسش‌های چهار گزینه‌ای با کلید و در صورت لزوم تشریح کامل ارائه گردد تـا دانشجویان گرامی را از مراجعه به سایر منابع مشابه بی نیاز نماید.

لازم به ذکر است شرکت در آزمون‌های آزمایشی ماهان که در جامعه آماری گسترده و در سطح کشور برگزار می‌گردد می‌توانـد محک جدی برای عزیزان دانشجو باشد تا نقاط ضعف احتمالی خود را بیابند و با مرور مجدد مطالب این کتاب، آنها را برطرف سازند که تجربه سال‌های مختلف موکد این مسیر به عنوان مطمئن‌ترین راه برای موفقیت می‌باشد.

لازم به ذکر است از پورتال ماهان به آدرس www.mahanportal.ir می‌توانید خدمات پشتیبانی را دریافت دارید.

و نیز بر خود می‌بالیم که همه ساله میزان تطبیق مطالب این کتاب با سؤالات آزمون‌های ارشد- که از شاخصه‌های مهم ارزیابی کیفی این کتاب‌ها می‌باشد- ما را در محضر شما سربلند می‌نماید.

در خاتمه بر خود واجب می‌دانیم که از همه اساتید بزرگوار و دانشجویان ارجمند از سراسر کشور و حتی خارج از کشور و همـه همکاران گرامی که با ارائه نقطه نظرات سازنده خود ما را در پربارتر کردن ویرایش جدید این کتاب یاری نمودند سپاسگزاری نموده و به پاس تلاش‌های بی چشمداشت، این کتاب را به محضرشان تقدیم نماییم.

مؤسسه آموزش عالی آزاد ماهان

معاونت آموزش

مقدمه مؤلف

امروزه بهبود کیفیت بعنوان یک ابزار رقابتی برای سازمانها مطرح می‌باشد. استفاده از اصول و روش‌های آماری بخش گسترده‌ای از بهبود کیفیت را تشکیل می‌دهد و نقش اساسی روش‌های آماری در رسیدن به کیفیت مطلوب بیش از گذشته مورد توجه قرار گرفته است.

با گستردگی روش‌های آماری در کنترل کیفیت و اهمیت آن برای سازمانها، کنترل کیفیت آماری به یک بخش مهم در سازمانها تبدیل شده است. با توجه به اهمیت مقوله کیفیت، درس کنترل کیفیت آماری بعنوان یکی از مهارت‌های مهندسین صنایع در آزمون تحصیلات تکمیلی قرار گرفته و با توجه به گستردگی و حجم مطالب، تصمیم به گردآوری کتاب حاضر نموده‌ایم.

امید است که کتاب حاضر بتواند در افزایش مهارت کنترل کیفیت آماری گامی مؤثر برداشته و راهنمای مهندسان و دانشجویان قرار گیرد. کتاب حاضر شامل خلاصه درس و مفاهیم پایه، نکات مهم و تست‌های آمادگی برای آزمون کارشناسی ارشد است و سعی گردیده تا سرفصل‌های مهم در آن مورد بررسی قرار گیرد.

مسلما این کتاب خالی از ایراد نبوده و امید است تا با توجهات اساتید و دانشجویان عزیز در چاپ‌های بعدی این ایرادات برطرف شود.

در پایان از مسؤلین موسسه آموزشی ماهان تشکر وقدردانی می‌کنم.

مهندس سعید فیاض

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل اول

بهبود کیفیت در محیطهای نوین

عناوین اصلی

- فرآیند و تغییرپذیری
- توزیعهای مهم آماری (گسسته و پیوسته)
- فاصله اطمینان و آزمون فرضیه

فصل اول

بهبود کیفیت در محیط‌های نوین

خوشبختانه درسالهای اخیر به دلایل مختلف نظیر بروز مشکلات اقتصادی ودرک این واقعیت از طرف سازمانها که بهبود کیفیت می‌تواند باکاهش هزینه ها ونه افزایش آن همراه باشد سبب گردیده که به مقوله کیفیت اهمیت داده شود.توجه واهمیت به مقوله کیفیت درقالب ارائه سیستم‌های مدیریت کیفیت براساس استانداردهای بین المللی سریISO 9001 درحال ظهور می‌باشد.در کنترل کیفیت آماری بهبود فرایندهای کاری مورد توجه است. در قدم اول نیازمند تعریفی از فرایند هستیم

دلایل گوناگون نگرش بهبود کیفیت به عنوان استـــراتژی تجاری:

❋ ارتقاء سطح آگاهی و شناخت مصرف کننده نسبت به کیفیت

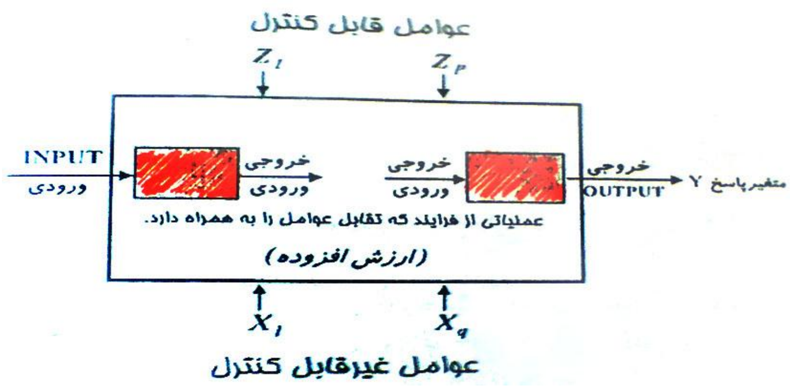
❋مسئولیت در قبال محصول

❋ افزایش هزینه   نیروی کار، انرژی و مواد اولیه

❋ تنگ تر شدن عرصه رقابت

❋ بهبودهای قابل توجه در زمینه‌های بهره وری

تعریف فرایند: یک فرایند را می‌توان دنباله‌ای از رویدادهای متوالی دانست که دارای یک ورودی (داده)، یک سری عملیات (ارزش افزوده)، و یک خروجی (ستانده) است و خود می‌تواند به دنباله‌های کوچکتری از رویدادهای متوالی به نام زیرفرایندها که هر یک دارای همان خصیصه‌های فرایند اصلی است تفکیک شود.



شکل ۱. پارامترهای فرایند

در این شکل فرآیند تولید به صورت یک سیستم درنظر گرفته می‌شود که دارای یکسـری ورودی وخرجـی مـی‌باشـد.ورودی هـای سیستم، $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p$هستند که عاملهای قابل کنترل راتشکیل می‌دهند.می توان به عنوان مثال به مواردی نظیر درجه حرارت یا فشار، سرعت تغذیه سیستم و متغیرهای دیگر فرایند اشاره کرد.ورودیهای $z_1, z_2, z_3, \dots, z_q$ ورودی هـای غیرقابـل کنتـرل نظیـر

عاملهای زیست محیطی یا کیفیت موادخام ارئه شده توسط تامین کننده هستند.فرآیند تولید، این ورودیها راتبـدیل بـه محصـول نهایی می‌کند که می‌توان بوسیله چندین پارامتر، کیفیت ویا شایستگی جهت استفاده ازآن راتوضیح داد. متغیر خروجیy معیـاری برای ارزیابی کیفیت فرآیند است۱- عوامل ورودی[1]: این‌ها هواملی هستند که جهت بیان مقدار پاسخ موردنظر در یک فرایند توسط به‌کارگیرنده تنظیم می‌شود. به‌عنوان مثال، سرعت یک پنکه برای تعیین مقدار وزش باد، یک عامل ورودی است که عامل علامتـی نیز نامیده می‌شود.

۲- عوامل قابل کنترل (Z): این‌ها عواملی هستند که برای برؤوردن نیازی به صورت مشخصات فنی توسط طراح تعیین می‌شود و به دو دسته قابل تفکیک است. برای یک دسته از این عوامل، هزینه ساخت با تغییر سطوح آن‌ها تغییر نم‌کند (پارامترهای طراحی)[2] و برای دسته دوم، هزینه‌ی ساخت با تغییر سطوح آن‌ها تغییر می‌یابد (عوامل رواداری)[3].

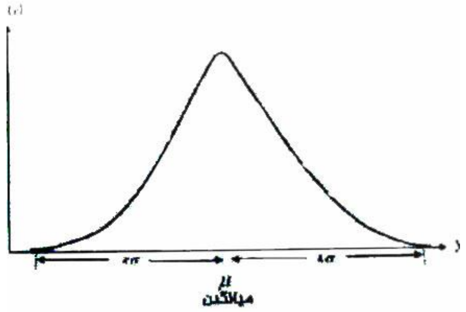
۳- عوامل غیرقابل کنترل یا اغتشاش (X): این‌ها عواملی هستند که به علت ملاحظات مختلف برای طراح غیرقابـل کنتـرل اسـت و به‌طورکلی به سه دسته به‌صورت زیر تفکیک می‌شود:

الف) عوامل اغتشاش برونی[4]، مانند متغیرهای محیطی (درجه حرارت، رطوبت، گردوغبـار و...) و شـرایط بـه‌کـارگیری کـه عملکـرد محصول را مختل می‌سازد.

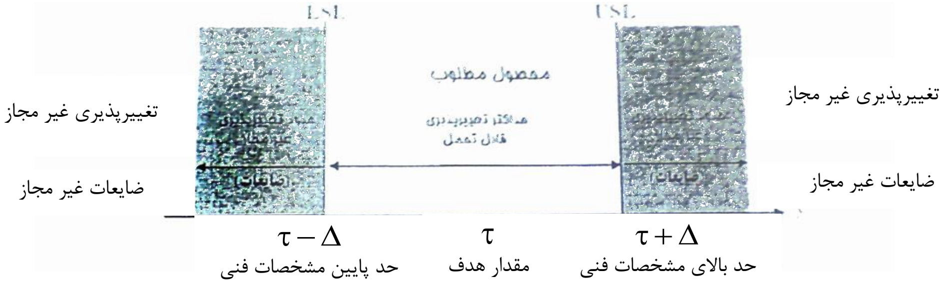
ب) عوامل اغتشاش درونی[5](استهلاک)، مانند زوال تدریجی محصول که باعث می‌شود محصول طی ذخیره‌سازی و یـا بـه‌کـارگیری فرسوده شود و نتواند عملکرد آرمانی خود را داشته باشد.

پ) عوامل اغتشاش واحد به واحد[6]، مانند تفاوت‌های موجود بین محصولاتی که بر طبق یک مشخصات فنی و تحت شرایط سـاخت یکسان تولید می‌شود.

هر متغیر پاسخ یک فرایند (Y) که در ارتباط با کیفیت ان را مشخصه کیفی یا عملکردی نیز می‌نامند، یک متغیر تصـادفی خواهـد بود و بنابراین رفتارشناسی آن توسط یک توزیع احتمال بیان می‌شود.این توزیـع احتمـالی دارای مقـدار میـانگین(هـدف) و تغییـر پذیری مجاز بین دو حد بالایی و پایین می‌باشد. این موضوع در شکلهای زیر نشان داده شده است.



شکل۲.رابطه بین توزیع مشخصه کیفیت و مشخصات فنی آن



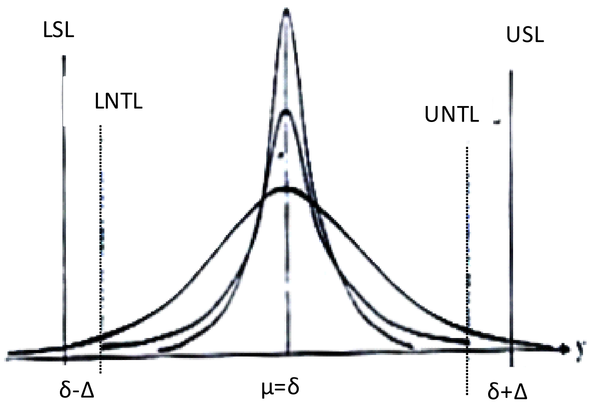
شکل۳. نمودار توزیع احتمال یک مشخصه‌ی کیفیت متقارن

1-Input factors
2- Design Parameters
3-Tolerance factors
4-External noise factors
5- Internal noise factors
6- Unit – to- unit noise factors (product noise)

معمولاً کل پراکندگی توزیع این مشخصه‌های کیفیت را برابر 6σ یا $\pm3\sigma$از میانگین μ در نظر می‌گیرند که در این صورت 99.73 درصد از سطح زیر منحنی را در برمی‌گیرد و بقیه را که در دو دم توزیع واقع می‌شود چشم پوشی می‌کنند.

نکته: فاصله مقادیر $\pm3\sigma$ از میانگین μ را که قابلیت یا کارایی فرایند می‌خوانند با حدود طبیعی تحمل بالا و پایین $(LNTL, UNTL)$[1]نمایش می‌دهند..

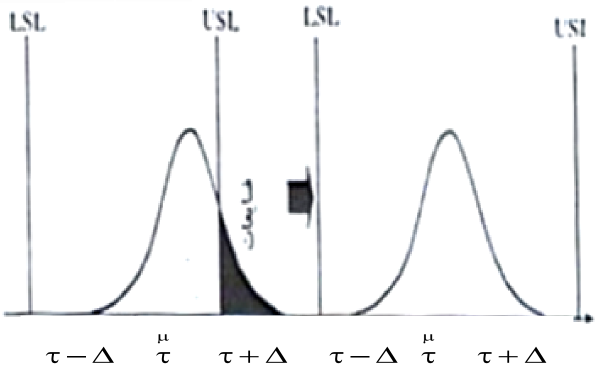
نکته:حدود بالا و پایین مشخصات فنی (LSL, USL)[2] می‌باشد. این بازه رواداری که حداکثر تغییرپذیری قابل تحمل را برای مشخصه‌ی کیفیت تعیین می‌کند.



شکل۴. نمودار مشخصات فنی یک مشخصه‌ی کیفیت متقارن

از آنجا که سطح کیفیت هر محصول در ارتباط با مشخصه‌های کیفیت آن تعیین می‌شود از دیدگاه فنی دو هدف عمده زیر در ارتباط با این مشخصه‌های کیفیت، مشخصات فنی، و به‌کارگیری روش‌های بهبود کیفیت دنبال می‌شود:

۱- اول انتقال میانگین توزیع مشخصه‌های کیفیت (μ) و منطبق کردن آن بر روی مقدار هدف(τ) است که به زبان آماری این عمل را از بین بردن اریبی[3]، یعنی به صفر رساندن تفاوت بین میانگین توزیع مشخصه‌ی کیفیت و مقدار هدف گویند.

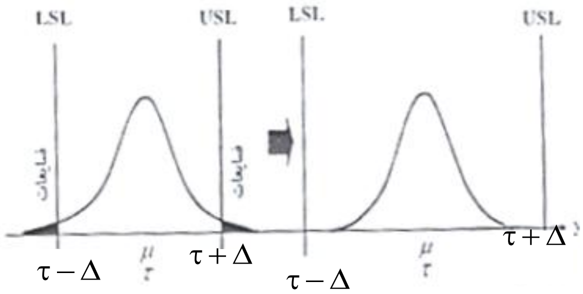


شکل۵. نمودار انتقال مکان توزیع مشخصه کیفی

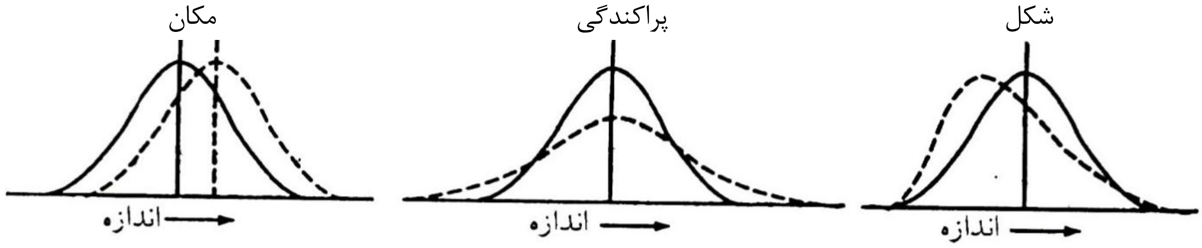
۲- دوم هرچه متمرکزتر کردن توزیع مشخصه‌ی کیفیت یا کاهش هرچه بیشتر تغییرپذیری یا پراکندگی آن (σ)روی مقدار هدف (τ) است که به زبان آماری این عمل را افزایش کارایی[4] گویند.

---

1 - Upper and Lower Control Limits
2 -Upper and Lower Specification Limits
3 -Biassedness
4 -Efficiency



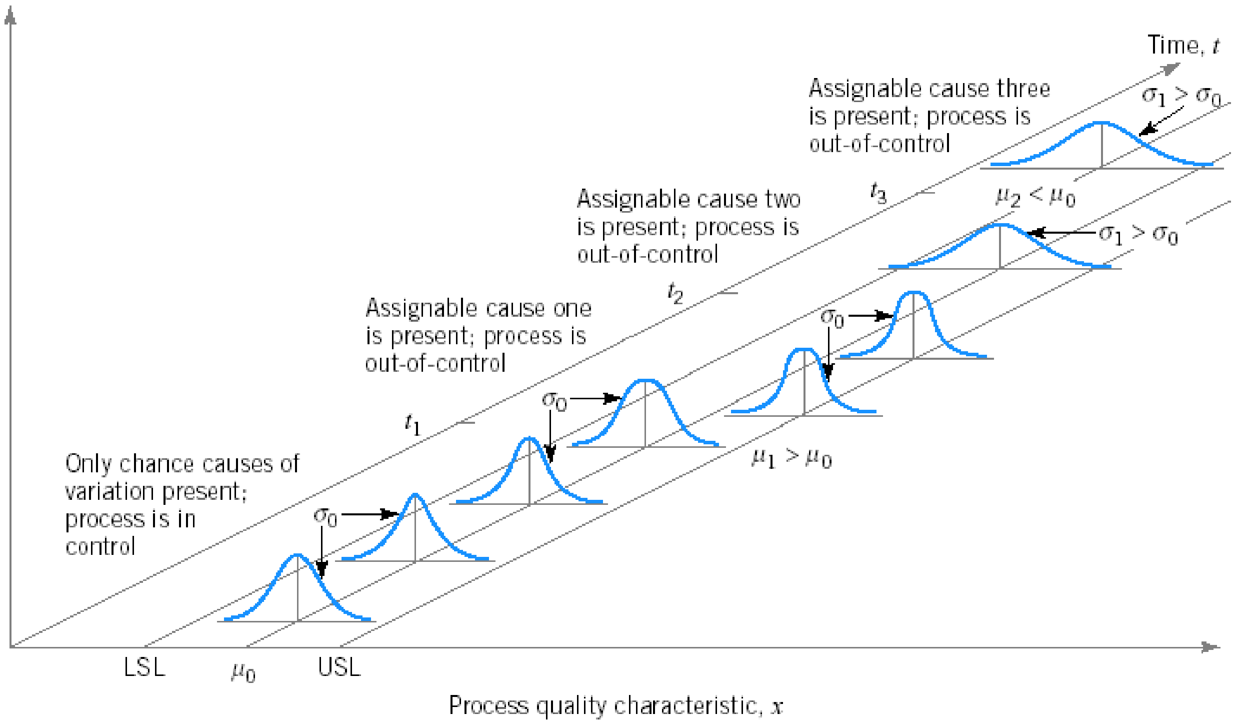
شکل۶. نمودار تغییر پذیری مشخصه کیفی



یا هر ترکیبی از اینها

شکل۷.نمودار کاهش پراکندگی توزیع مشخصه‌ی کیفیت

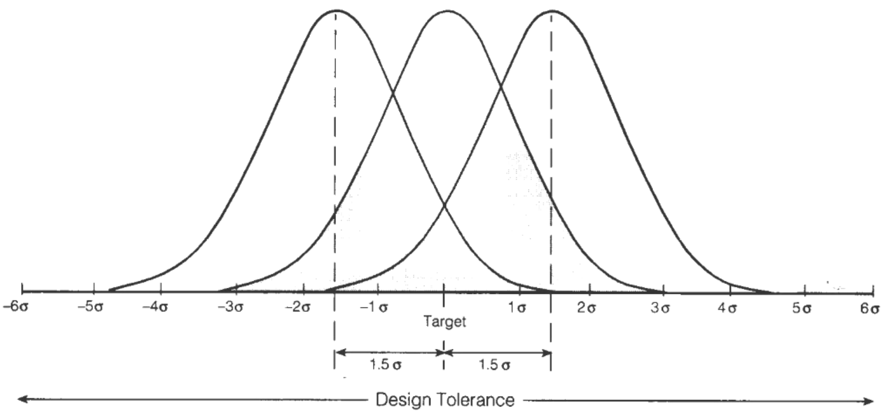
بدین طریق، از دیدگاه فنی، کاهش هرچه بیشتر تغییرپذیری توزیع مشخصه‌ی کیفیت (σ) حول مقدار آرمانی آن (τ) با بهبود کیفیت سامانه معادل می‌شود.



شکل۸. تغییر پذیری فرایند

مشخصه کیفیت که دارای توزیع احتمال حول مقدار هدف می‌باشد، می‌تواند دارای هر یک از ابعاد زیر باشد:

۱.فیزیکی (طول، وزن، ولتاژ،غلظت)۲.حسی (مزه،شکل ظاهری، رنگ)۳.وضعیت زمانی (قابلیت اطمینان، قابلیت نگهداری، قابلیت تعمیرپذیری)



شکل۹.تغییر پذیری میانگین فرایند در تکنیک 6σ

در هر محصول مقدار مشخصی تغییر پذیری وجود دارد و در نتیجه هیچ دو محصولی بایکدیگر یکسان نخواهد بود منابع ایجاد چنین تغییراتی شامل تفاوت در مواد یا عملکرد و به کارگیری دستگاههای ساخت و روش انجام کار توسط اپراتورها می‌باشد. بنابراین، می‌توان بهبود کیفیت را کاهش در تغییر پذیری فرآیند محصول تعریف نمود. برنامه‌های بهبود کیفیت مناسب و موثر باعث افزایش نفوذ در بازار، ارتقاء بهره وری وکاهش هزینه‌های کلی ساخت وخدمات می‌گردد.

تعریف مهندسی کیفیت: مهندسی کیفیت مجموعه‌ای از فعالیتهای مهندسی، مدیریتی و عملیاتی است که یک شرکت جهت کسب اطمینان ازاینکه این مشخصه‌های کیفی در سطوح مورد نظر یا اسمی قرار دارند به کار برده می‌شود.

هزینه‌های کیفیت:CostofQuality

کلیه سازمانها به نحوی از کنترلهای مالی برای ارزیابی فعالیتهای خود استفاده می‌کنند. این کنترلهای مالی به صورت مقایسه بین هزینه‌های واقعی و هزینه‌های پیش بینی شده در بودجه همراه با تجزیه و تحلیلهای مورد نیاز برای بررسی اختلاف بین این دو هزینه انجام می‌گیرد.

هزینه‌های کیفیت به عنوان ابزار کنترل مالی در خدمت مدیریت قرار گرفته تا از این طریق هزینه‌های کیفیت شناسایی و کاسته شوند. به طور کلی،هزینه‌های مرتبط با تولید، شناسایی تعمیر و یا اجتناب از تولید محصولات فاقد انطباق را هزینه‌های کیفیت نامند.

نکته: اغلب سازمانهای تولیدی و خدماتی معمولا هزینه‌های کیفیت را به چهار گروه تقسیم می‌کنند. هزینه‌های پیشگیری، هزینه‌های ارزیابی، هزینه‌های خرابی داخلی و هزینه‌های خرابی خارجی.

هزینه‌های کیفیت

۱- هزینه‌های پیشگیری	۲- هزینه‌های ارزیابی
مهندسی وبرنامه ریزی کیفیت - بازنگری محصولات جدید - طراحی محصول /فرآیند - کنترل فرآیند - آزمایش نهایی -آموزش - جمع آوری وتجزیه وتحلیل داده‌های مربوط به کیفیت	بازرسی وآزمایش موادوروی - بازرسی وآزمایش محصول – مواد وخدمات مصرف شده - دقیق نگاه داشتن دستگاههای آزمایش
۳- هزینه‌های خرابی داخلی	۴- هزینه‌های خرابی خارجی
دور ریز - دوباره کاری - آزمایش مجدد - تجزیه وتحلیل خرابی - توقف خط تولید - بازده از دست رفته - مرغوبیت کمتر	تنظیم شکایات - محصول /موادبرگشتی - هزینه‌های گارانتی - هزینه‌های مسئوولیت در قبال محصول - هزینه‌های غیر مستقیم

هزینه‌های پیشگیری	
مهندسی و برنامه ریزی کیفیت	هزینه‌های مربوط به طرح جامع کیفیت، طرح بازرسی، طرح قابلیت اطمینان، سیستم داده ها وکلیه طرحهای ویژه مرتبط با فعالیتهای تضمین کیفیت از قبیل تهیه نظامنامه ها وررویه هایی که به وسیله آنها طرح کیفیت اشاعه داده می‌شود و هزینه‌های ممیزی سیستم.
بازنگری محصولات جدید	هزینه‌های تهیه قراردادهای مناقصه، ارزیابی طرحهای جدید از دید کیفیت، آماده سازی آزمایشها وبرنامه ها تجربی جهت ارزیابی عملکرد محصولات جدید.
طراحی محصول / فرآیند	هزینه‌های صرف شده در مرحله طراحی محصول یا انتخاب فرآیندهای تولید که انتظار می‌رود کیفیت کلی محصول رابهبود بخشند.
کنترل فرآیند	هزینه‌های استفاده از روشهای کنترل فرآیند نظیر نمودارهای کنترل که فرآیند تولید رابه منظور کاهش میزان تغییرات وایجاد کیفیت کنترل می‌نمایند.
آزمایش نهائی	هزینه‌های آزمایش محصول قبل از حمل از کارخانه که باعث خواهد شد تا از میزان خرابیهای زود رس در حین استفاده کاسته شود.
هزینه آموزش	هزینه توسعه، تهیه، اجرا، انجام وبرقراری برنامه‌های رسمی کیفیت.
جمع آوری وتجزیه وتحلیل داده‌های مربوط به کیفیت	هزینه استقرار سیستم داده‌های کیفیت به منظور تهیه داده‌های مربوط به عملکرد فرآیند و محصول.

هزینه‌های ارزیابی،آن دسته از هزینه ها هستند که به دلیل اندازه گیری، ارزیابی یا ممیزی محصولات، قطعات و مواد خریداری شده جهت کسب اطمینان از اینکه آنها با استانداردهای از قبل تعیین شده انطباق دارند به وجود می‌آیند.

هزینه	تعریف
هزینه‌های بازرسی وآزمایش مواد ورودی	هزینه‌های مر بوط به بازرسی وآزمایش کلیه مواد تامین شده به وسیله فروشنده ❋نکته: این هزینه ها شامل انجام بازرسی وآزمایش مواددریافتی، بازرسی، آزمایش وازیابی در محل تسهیلات تامین کننده وممیزی‌های دوره‌ای سیستم تضمین کیفیت او میگردد.
هزینه بازرسی وآزمایش محصول	هزینه ارزیابی میزان انطباق محصول با خواسته‌های از قبل تعیین شده در مراحل مختلف تولید از قبیل آزمایش، پذیرش نهائی، بسته بندی وحمل وهمچنین انجام هرگونه آزمایش وبازرسی در محل تولید کننده قبل از تحویل محصول به مشتری ❋ این هزینه همچنین شامل آزمایش طول عمر ودوام محصول، آزمایش زیست محیطی وآزمایش قابلیت اطمینان می‌باشد.

هزینه‌های مواد وخدمات مصرف شده	هزینه‌های مواد ومحصولات مصرف شده در آزمایشهای مخرب یا آزمایشهای قابلیت اطمینان
هزینه کالیبراسیون	هزینه برقراری سیستمی که دستگاههای اندازه گیری راهمیشه در وضعیت کالیبره نگه می‌دارد. ❋ هزینه‌های خرابی داخلی زمانی به وجود می‌آیند که محصولات، قطعات، مواد وخدمات ارائه شده نتواند خواسته‌های کیفی مورد نظر رابرآورده سازند.
هزینه دور ریز	صرف شده برای کارگر، مواد وهزینه‌های بالا سربار که به علت تولید محصول معیوب از لحاظ اقتصادی دیگر قابل جایگزین کردن نیستند.
هزینه آزمایش مجدد	هزینه بازرسی وآزمایش مجدد محصولاتی که تحت عملیات دوباره کاری یا اصلاحی قرار گرفته اند.
هزینه‌های تجزیه وتحلیل خرابی	هزینه‌های حاصل از بررسی وتعیین دلایل ایجاد خرابی
هزینه	تعریف
بازده از دست رفته	هزینه بازده کم فرآیند به علت عدم استفاده از روشهای کنترلی بهبود یافته است. ❋اختلاف بین قیمت معمولی محصول وقیمت ناشی از عدم وجود خواسته‌های مورد نیاز در محصول باعث ایجاد چنین هزینه‌ای می‌گردد.
هزینه‌های خرابی خارجی	هزینه‌های خرابی خارجی موقعی به وجود می‌آیند که محصول تولید شده زمانی که به دست مشتری می‌رسد عملکرد رضایتبخشی از خود نشان ندهد.
هزینه‌های گارانتی	
راهزینه‌های مسئوولیت در قبال محصول	هزینه‌های مسئوولیت هزینه ها یا غرامتهای پرداخت شده به علت اعتراض یاپیگیری قانونی نسبت به ارائه یک محصول زیانبار.
هزینه‌های غیر مستقیم	سلب اطمینان مشتری نسبت به شرکت تولید کننده باشد ویابه عبارت دیگر از بین رفتن شهرت، از دست دادن مشتری وکاهش سهم بازار واین فقط وفقط به دلیل عدم وجود کیفیت مورد نظر در محصولات یاخدمات ایجاد می‌گردد.

نکته: اثر هرمی هزینه‌های کیفیت

مفید واقع شدن هزینه های کیفیت به علت اثر اهرمی آن است به عبارت دیگر، هزینه های صرف شده در مراحل پیشگیری وارزیابی باعث می‌شود که هزینه های ایجاد شده در مراحل خرابی داخلی و خارجی که معمولا بیشتر از هزینه های اولیه هستند، کاهش یابند.

نکته: کاربرد تجزیه و تحلیل پارتو[1]

هدف اصلی تجزیه وتحلیل هزینه های کیفیت کاهش اینگونه هزینه ها از طریق شناسایی وتعیین موقعیتهای بهبود کیفیت می‌باشد.این کار معمولا به وسیله تجزیه وتحلیل پاراتو انجام می‌گیرد. اصول پاراتو بیشترین کاهش هزینه ها از طریق تعداد قلیلی از مشکلات که بیشترین درصد هزینه های کیفیت رابه خود اختصاص داده اند حاصل می‌شود

در محاسبه هزینه‌های کیفیت، صورت کسر راهزینه کیفیت ومخرج آن را برآورد فعالیتی نظیر ۱-ساعات کار تولید ۲-هزینه نیروی کار تولید ۳-هزینه فرآیند های مختلف ۴-هزینه تولید ۵-درآمد حاصل از فروش و یا ۶-تعداد محصولات تشکیل می‌دهد.

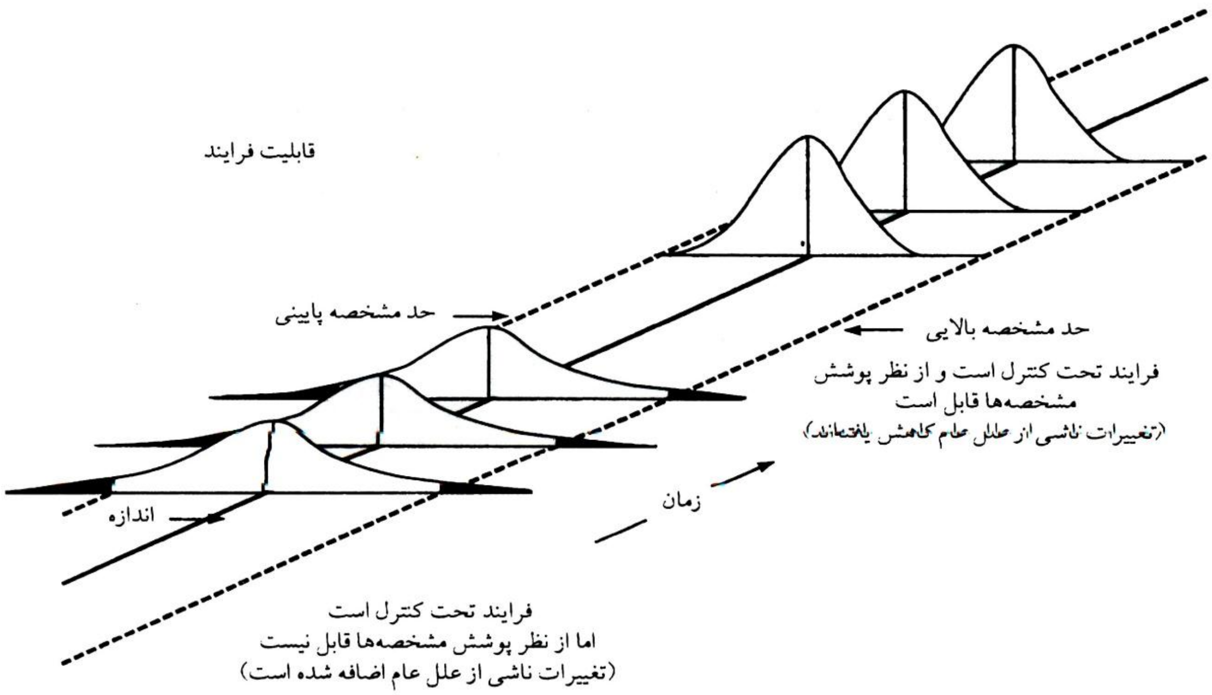
نکته: طراحیDOE آزمایشها یکی از عمده‌ترین ابزار کنترل کیفیت قبل ازتولید می‌باشد که غالبا در فعالیتهای توسعه‌ای ودر مراحل اولیه تولید به کارمی روند.درحالی که روشهای کنترل فرایند spcحین تولید د رزمان تولید محصول استفاده می‌گردند.

---
[1] Pareto Analysis

روش طراحی آزمایشها یکی ازروشهای مفیدی است که به وسیله ان می‌توان متغیرهای کلیدی که بر مشخصه کیفی مورد نظر فرآیند اثر می‌گذارند را شناسایی نمود. با بکارگیری این روش می‌توان عاملهای ورودی قابل کنترل رابه طور سیستماتیک تغییر داد واثرات آنها رابر روی پارامترهای محصول خروجی ارزیابی نمود.

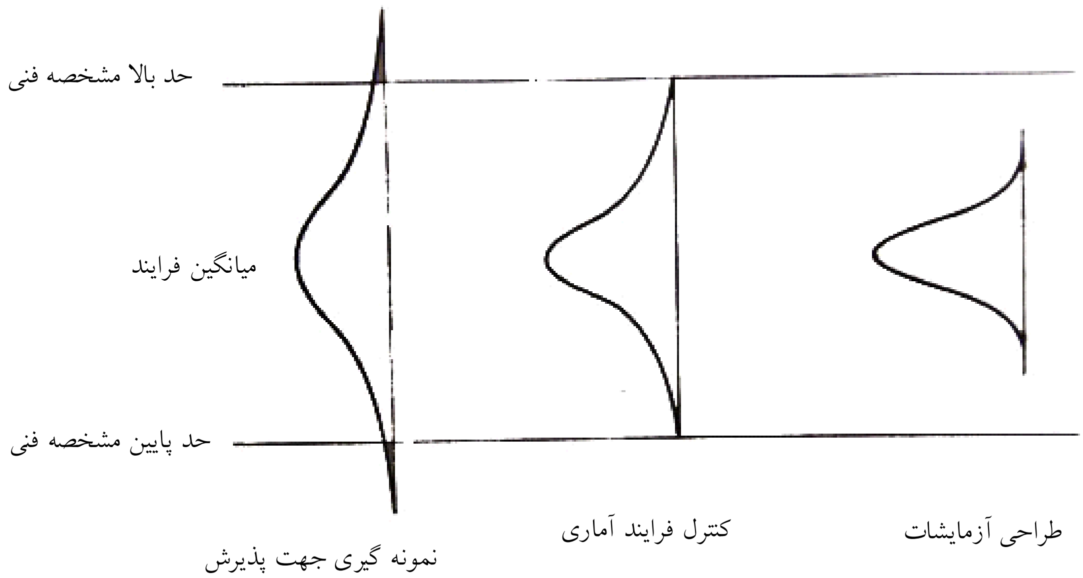
زمانی که متغیرهای مهم شناسایی شدند و ارتباط موجود بین متغیرهای مهم ومدل خروجی فرآیند ازمایش گردید،می توان ازروش کنترل فرایند آماری حین تولید جهت نظارت بر فرآیند به طور موثر استفاده نمود. روشهایی نظیر نمودارهای کنترل را می‌توان جهت بررسی خروجی فرایند ومشخص نمودن زمان نیاز به ایجاد تغییر در فرایند به منظور برگرداندن آن به حالت تحت کنترل استفاده کرد. نمودارهای کنترل راهمچنین می‌توان به منظور تهیه بازخورد برای اپراتورها و مهندسان جهت کاهش تغییرپذیری فرایند استفاده کرد.

هدف اصلی مهندسی کیفیت، کاهش سیستماتیک تغییر پذیری مشخصه های کیفی کلیدی محصول می‌باشد.



شکل۱۰. نمایش رفتار فرایند در طول زمان

در مراحل اولیه موقعی که فقط نمونه گیری جهت پذیرش استفاده می‌گردد درصد زیادی ازمحصولات با استانداردهای موردنیاز انطباق نخواهند داشت. با بکارگیری کنترل فرایندآماری، فرایند یک ثبات به خود می‌گیرد وتغییرپذیری آن کاهش می‌یابد.استفاده از طراحی آزمایشها درکنار کنترل فرایند اماری باعث خواهد شد تا تغییرپذیری فرآیند به حداقل میزان خود رسد ودرنتیجه محصولات تولید شده فاقد هرگونه عیب گردند. در شکل زیر مراحل تکمیلی محصول و فرایندهای مورد استفاده نشان داده شده است.



شکل۱۱. تغییر پذیری فرایند و روشهای آماری

کیفیت ابعاد مختلفی دارد.این ابعاد کیفیت عبارتند از:

ابعاد کیفیت	
عملکرد	آیامحصول می‌تواند وظیفه موردنظر را انجام دهد؟
قابلیت اطمینان	هرچندوقت یک بار محصول خراب می‌شود؟
قابلیت دوام	چه مدت محصول دوام می‌آورد؟
قابلیت تعمیرپذیری	به چه سادگی می‌توان محصول راتعمیرکرد؟
زیبایی	محصول چگونه به نظر می‌رسد؟
ویژگیها	محصول چه کارهایی انجام می‌دهد؟
انطباق بااستانداردها	ایامحصول دقیقا همانگونه که موردنظر طراح بوده است تولید گردیده ؟
کیفیت درک شده	محصول یاشرکت ازچه شهرتی برخورداراست؟

و در نهایت مدیریت استراتژیک کیفیت دریک سازمان موقعی موثر خواهد بود که کلیه افراد سازمان نسبت به ابزار بهبود کیفیت شناخت داشته باشند.

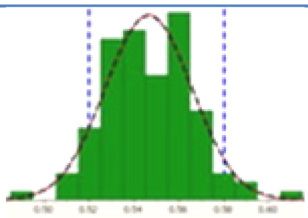
نکته: قانون مسوولیت اکید

اصل اول: که هم تولید کننده وهم فروشنده مسوولیت شدیدی درقبال فرآورده فاقد کفیت مطلوب دارند.

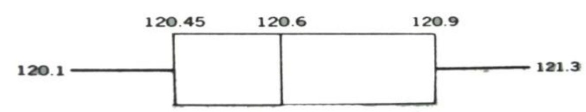
اصل دوم: کلیه اظهارات وبیانه های تبلیغاتی باید همراه با داده های موثق یاکیفیت معتبر شرکت باشد.

توزیع‌های احتمالی و برخی از نمودارهای مورد استفاده در SQC

توزیع فراوانی و هیستوگرام: برای رسم نمودار هیستوگرام تعیین دامنه، تعداد دسته ها و طول هر دسته از روابط زیر قابل محاسبه است:

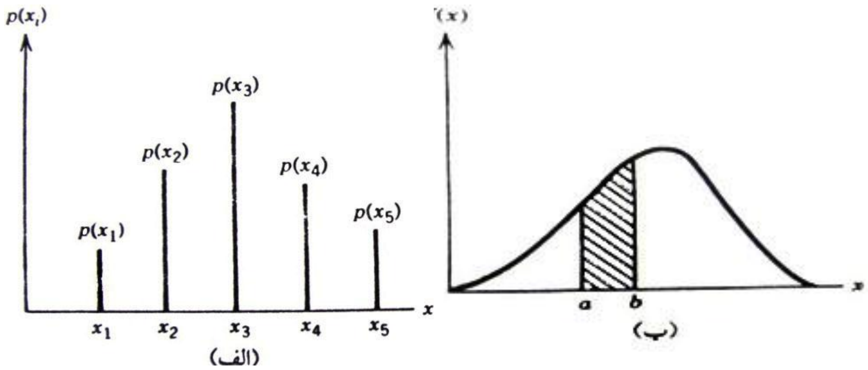
مشخصه	فرمول	هیستوگرام
دامنه تغییرات داده ها	$R = Max - Min$	
تعداد دسته ها	$k = 1 + 1.32 \log n$	
طول دسته ها	$L = \frac{R}{K}$	

نمودار شاخه و برگ

مشخصه	فرمول	نمودار جعبه ای
چارک اول	$Q_1 = a + \frac{25\%n - F_{i-1}}{f_i} \times l$	Min Q_1 Q_2 Q_3 Max
تعداد دسته ها	$Q_2 = a + \frac{50\%n - F_{i-1}}{f_i} \times l$	
طول دسته ها	$Q_3 = a + \frac{75\%n - F_{i-1}}{f_i} \times l$	
دامنه میان چارکی	$Q_3 - Q_1$	

توزیعهای احتمال

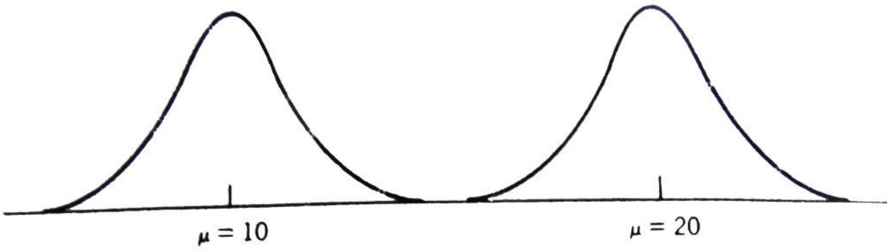
توزیع‌های احتمال به دو سته پیوسته و گسسته تقسیم می‌شوند. توزیعهای پیوسته: موقعی که متغیر موردمطالعه رابتوان در مقیاس پیوسته تعریف نمود. یکنواخت، نرمال، و توزیعهای منفصل یا گسسته: موقعی که پارامتر یامشخصه اندازه‌گیری شده فقط می‌تواند اعداد صحیح دارا باشد.



شکل۱۲. توزیعهای احتمال الف-حالت منفصل ب-حالت پیوسته

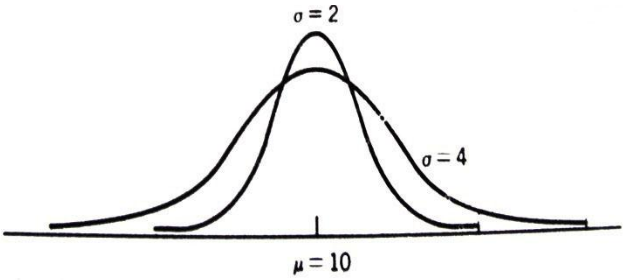
هر توزیع احتمالی دارای دو پارامتر مرکزیت و پراکندگی است. مرکزیت توزیع را با میانگین و پراکندگی توزیع ر ا گشتاورهای مرکزی مانند واریانس محاسبه می‌کنند. میانگین و واریانس توزیه احتمالی را بترتیب با μ , δ^2نشان می‌دهند.

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} Xi}{N} \rightarrow$$



شکل ۱۳.دو توزیع احتمال بامیانگین‌های متفاوت

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_{i-\mu})}{N} \rightarrow$$



شکل۱۴. دوتوزیع احتمال باانحراف معیارهای متفاوت

توزیعهای منفصل مهم

توزیع فوق هندسی	$f(x) = \frac{\binom{K}{x}\binom{N-K}{n-x}}{\binom{N}{n}} x = 0, 1, \ldots$	واریانس	میانگین
وقتی از تعدادی کالای سالم و معیوب نمونه‌ای تصادفی انتخاب گردد		$\sigma^2 = \frac{nD}{N}\left(1 - \frac{D}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$	$=\frac{nD}{N}\mu$

مثال:یک قطعه الکترونیکی در انباشته هایی به اندازه $N = 25$ حمل می‌گردد.بمنظور جلوگیری از خرید انباشته هایی که بیش از حد مجاز قطعات استانداردندارند، خریدار در نظر دارد یک روش بازرسی استفاده نماید. روش بازرسی بدین صورت است که اگر نمونه تصادفی پنج تایی از این قطعات بدون جایگزینی انتخاب شود و همه آنها سالم باشد آنگاه انباشته خریداری می‌شود.

اگر انباشته شامل سه قطعه فاقد استاندارد باشد، احتمال اینکه انباشته خریداری شود چقدر است؟

اگر متغیر تصادفی X بصورت زیر تعریف شود داریم:

X: تعداد قطعات فاقد استاندارد نمونه $N = 25, n = 5$

از توزیع فوق هندسی استفاده می‌کنیم:$D = 3$ و توزیع X توزیع فوق هندسی است:

$$f(x) = p(X = x) = \frac{\binom{D}{x}\binom{N-D}{n-x}}{\binom{N}{n}} \rightarrow p(X = 0) = \frac{\binom{3}{0}\binom{22}{5}}{\binom{25}{5}} = 0.4956$$

توزیع بینم	$f(x) = \binom{n}{x} p^x(1-p)^{n-x} x = 0, 1, \ldots$	واریانس	میانگین
	یک آزمایش شکست و پیروزی n بار تکرار شود	$\sigma^2 = np(1-p)$	$\mu = np$

❊ یک متغیر تصادفی که در کنترل کیفیت آماری معمولا باآن مواجه می‌شویم $\hat{P}$است $P = \frac{x}{n}$ و $\sigma_p^2 = \frac{p(1-p)}{n}$

مثال:در مثال قبل جواب مساله را با استفاده از توزیع دوجمله‌ای بدست آورید.

برای استفاده از توزیع دوجمله ای: $p=\frac{D}{N}$

$$p=\frac{D}{N}=\frac{3}{25}=0.12\ ,n=5\ ,f(x)=p(X=x)=\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x}x=0,1,..$$

$$p(X=0)=\binom{5}{0}0.12^0(1-0.12)^5=0.5277$$

توزیع پوآسان	$f(x)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{X!}x=0,1,\ldots$	واریانس	میانگین
	احتمال رخداد کوچک و فرصت‌های اتفاق بسیار زیاد باشد(تصادفات، زلزله و...)	$\sigma^۲=\lambda$	$\mu=\lambda$

نکته: می‌توان توزیع پواسن را بصورت حدی از توزیع بینم نتیجه گیری نمود. به عبارت دیگر، در توزیع بینم باپارامترهای n، p اگر اجازه دهیم که **n**به سمت بی نهایت و**p**به سمت صفر میل کند به طوری که $\lambda=np$ ثابت بماند آنگاه توزیع پوآسان حاصل می‌گردد.

مثال: بخش حسابداری یک شرکت سعی دارد اشتباهات مختلفی را (نظیر اشتباهات چاپی، تایپی و غیره) که در صورت حساب‌های مشتریان ایجاد می‌شود را کنترل کند. فرض کنید اینگونه اشتباهات بر اساس یک توزیع پواسن با پارامتر $\lambda=0.01$ رخ می‌دهند. احتمال مشاهده یک اشتباه در صورتحساب یک مشتری که بطور تصادفی انتخاب شده است را محاسبه کنید.

X: تعداد اشتباهات در صورت حیاب مشتریان و $X\sim p(\lambda),\lambda=0.01$

$$f(x)=p(X=x)\frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{X!}x=0,1,\ldots$$

$$f(1)=p(X=1)\frac{e^{-0.01}(0.01)^1}{1!}=0.0099$$

مثال: یک نمونه تصادفی 36تایی از یک کتاب بزرگ انتخاب و تعداد غلطهای چاپی هر صفحه را مشخص کرده ایم. اگر تعداد غلطهای چاپی دارای توزیع پواسن با میانگین 1 غلط باشد، احتمال اینکه مجموع غلطهای چاپی حداقل 36 و حداکثر 60 غلط باشد، چقدر است؟

۱) 0/25 ۲) 0/5 ۳) 0/6 ۴) 1

حل: گزینه ۲ صحیح است

در این سوال باید توجه داشت که در توزیع پواسن $E(x)=Var(x)=\lambda$

$$p(36\le\sum_{i=1}^{36}X_i\le 60)=p(\frac{36}{36}\le\frac{\sum_{i=1}^{36}X_i}{36}\le\frac{60}{36})$$

$$=p(1\le\bar{X}\le 1.67)=p\left(\frac{1-1}{\frac{1}{\sqrt{36}}}\le\frac{\bar{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\le\frac{1.67-1}{\frac{1}{\sqrt{36}}}\right)=p(0\le z\le 4.02)=0.5$$

توزیع پاسکال	$f(x)=\binom{x-1}{r-1}p^r(1-p)^{x-r}X=r,r+1,r+2,\ldots$	واریانس	میانگین
	یک سلسله از آزمایشها رادرنظر گیرید که در هرکدام احتمال موفقیت p باشد و x آزمایشی رانشان دهدکه در آن آزمایش rامین موفقیت مشاهده می‌گردد.	$\sigma^۲=\frac{r(1-p)}{p^2}$	$\mu=\frac{r}{p}$

نکته:در توزیع پاسکال (دوجمله‌ای منفی) وقتی$r=1$توزیع را هندسی می‌نامند.

مثال:فرض کنید خط تولیدی تا زمانی نسبت به تولید کالا اقدام می‌کند که دو کالای معیوب پشت سر هم مشاهده نماید. اگر شانس تولید کالای معیوب0/05 و تولید کالاها از هم مستقل باشند مطلوبست:

الف) احتمال اینکه اولین کالای معیوب تولید شده در پنجمین تولید باشد.

ب) احتمال اینکه اولین کالای معیوب تولید شده در پنجمین تولید و قبل از آن باشد.

جواب: در این مثال داریم:

$$p = 0.05\,, q = 0.95, r = 2$$

$$f(x) = p(X = x) = \binom{x-1}{r-1} p^r (1-p)^{x-r} X = r, r+1, r+2, \ldots$$

$$f(1) = p(X = 1) = \binom{4}{1} 0.05^2 (1-0.05)^3 = 0.0086$$

$$p(X \leq 5) = \sum_{i=0}^{3} 4 \times (0.05)^2 (1-0.05)^i$$

نکته: تفاوت توزیع بینم و پاسکال

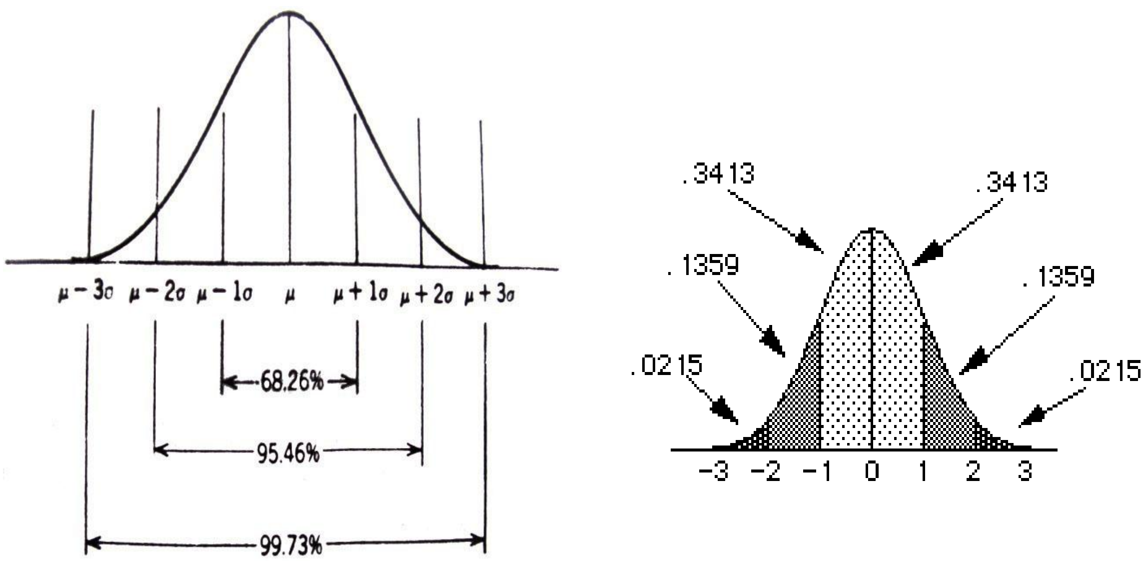
در توزیع بینم، اندازه نمونه (تعدادآزمایشهای برنولی)ثابت می‌گردد و تعداد موفقیتها مشاهده می‌شوند ولی در توزیع بینم منفی تعداد موفقیتها ثابت می‌گردد و اندازه نمونه (تعداد آزمایشهای برنولی)مورد نیاز جهت دست یافتن به آن تعداد موفقیتها مشاهده می‌شود.

توزیعهای پیوسته مهم

	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right), -\infty < x < \infty$	واریانس	میانگین
توزیع نرمال	یک سلسله از آزمایشها رادرنظر گیرید که در هرکدام احتمال موفقیت p باشد و x آزمایشی رانشان دهدکه در آن آزمایش rامین موفقیت مشاهده می‌گردد.	σ^2	μ

نکته:هر متغیر تصادفی را می‌توان با استفاده از تبدیل زیر به متغیر نرمال استاندارد با میانگین صفر و واریانس 1 تبدیل نمود

$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$



شکل ۱۵.سطوح زیر منحنی توزیع نرمال

این امکان بوجود می‌آید که بتوان این متغیر را بصورت مستقل از μو σ^2 ارزیابی کرد.

$$p\{x \le a\} = P\left\{z \le \frac{a-\mu}{\sigma}\right\} = \emptyset(\frac{a-\mu}{\sigma})$$

مثال: فرض کنید $x \sim N(10,9)$ است می‌خواهیم مقدار x (فرض کنید a) را طوری تعیین نماییم که

$$p\{x > a\} = 0/05$$

باشد بنابراین:

$$p\{x > a\} = p\{z > \frac{a-10}{3}\} = 0/05$$

$$P\left\{z \le \frac{a-10}{3}\right\} = 0/95$$

باتوجه به جدول II ضمائم، $p\{z \le 1/64\} = 0/95$ به دست می‌آید که در این صورت:

$$A = 10 + 3\left(\frac{1}{64}\right) = \frac{14}{935}$$

نکته: اگر $x_1, x_2, \ldots, x_n$ متغیرهای تصادفی مستقل نرمال با میانگین های $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$و واریانس های σ_1^2، σ_2^2،...، σ_n^2 باشند آنگاه $y = a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots, +a_nx_n$ دارای توزیع نرمال خواهد بود.

قضیه حد مرکزی :

اگر $x_1, x_2, \ldots, x_n$ متغیرهای تصادفی مستقل به میانگین μ_1 و واریانس σ_1^2 باشند واگر $y = x_1 + x_2 + \cdots, +x_n$باشد آنگاه توزیع y اگر n افزایش یابد، به سمت توزیع $N(0,1)$ میل خواهد کرد:

$$\frac{y - \sum_{i=1}^{n} \mu_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2}} \sim N(0,1) \text{or} \frac{y/n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

مثال: سوابق نشان داده در یک سایت کامپیوتری احتمال اینکه یک کامپیوتر از رده خارج شود برابر با0.0012 است. احتمال اینکه از بین ۱000 کامپیوتر حداقل 2 تا از رده خارج شود، چقدر است؟

الف) با استفاده از تقریب پواسن

ب) با استفاده از تقریب نرمال

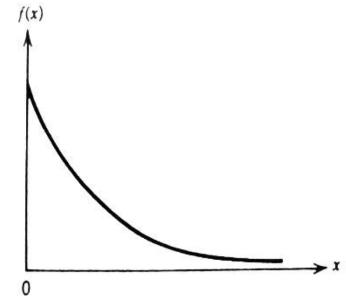
حل: چون مقدار $p = 0.0012 < 0.1$ و مقدار $n = 1000$ بزرگ است از تقریب بینم توسط پواسن می‌توان استفاده نمود.لذا داریم $\lambda = np = 1000 \times 0.0012 = 1.2$ و احتمال فوق بصورت زیر قابل محاسبه است:

$$p(x \ge 2) = 1 - p(x < 2) = 1 - p(x = 1) - p(x = 0)$$
$$= 1 - \frac{e^{-1.2}1.2^1}{1!} - \frac{e^{-1.2}1.2^1}{1!} = 0.662$$

در قسمت دوم از قضیه حد مرکزی و تقریب توزیع نرمال داریم:

$$p(x \ge 2) = 1 - p(x < 2) = 1 - p\left(\frac{x-\mu}{\sigma} < \frac{2-1.2}{\sqrt{1.2}}\right) = 1 - p(Z < 0.73) \rightarrow \text{جدول توزیع نرمال}$$
$$= 1 - 0.7673 = 0.2327$$

توزیع نمایی	$\mathbf{f(x) = \lambda e^{-\lambda x} x > 0}$	واریانس	میانگین
	توزیع نمایی یکی از توزیعهای است که به عنوان مدل مدت زمان تاخرابی یک قطعه یا سیستم در زمینه مهندسی قابلیت اطمینان کاربرد فروان دارد. دراینگونه کاربردها، پارامترλ میزان خرابی سیستم ومیانگین توزیع ۱/λ میانگین زمان تاخرابی نامیده می‌شوند.	$\sigma^2 = \frac{1}{\lambda^2}$	$\mu = \frac{1}{\lambda}$



شکل۱۶. توزیع نمایی

تابع توزیع تجمعی$F(a)$ توزیع نمایی کاربرد فراوانی دارد:

$F(a) = p\{x \le a\}$
$dt=\int_0^a \lambda e^{-\lambda t}$
$= 1 - e^{-\lambda a}, a \ge 0$

نکته: رابطه مهم بین توزیع نمایی وتوزیع پواسان

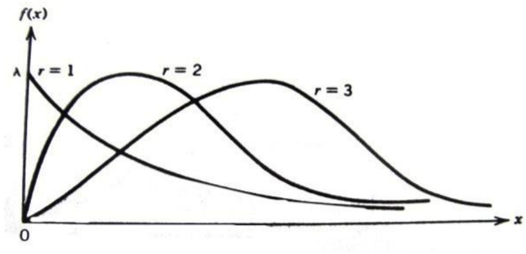
اگر تعداد مشاهدات مشاهدات یک نوع مشاهدات یک نوع پیشامد در واحد موردنظر دارای توزیع پوآسون باپارامتر λ باشد آنگاه توزیع فاصله زمانی بین مشاهدات متوالی از توزیع نمایی با پارامتر λپیروی خواهد نمود.

توزیع گاما	$\mathbf{f(x) = \frac{\lambda}{\Gamma(r)}(\lambda x)^{r-1}e^{-\lambda x}}$	واریانس	میانگین
		$\sigma^2 = \frac{r}{\lambda^2}$	$\mu = \frac{r}{\lambda}$
نکته: باید توجه داشت که اگر **r**=1 باشد توزیع گاما به توزیع نمایی با پارامتر λ تبدیل خواهد شد.			

دررابطه فوق پارامترهای $\lambda >$ ۰وΓ بزرگتر از صفر می‌باشند. Γ (r)در مخرج رابطه بالا تابع گاما است که به صورت:

$$\Gamma (r) = \int_0^\infty x^{r-1}e^{-x}\,dx$$

تعریف می‌شود.اگرrیک عدد صحیح مثبت باشد آنگاه $\Gamma(r) = (r-1)!$ خواهد بود.



شکل۱۷. چند توزیع گاما

نکته: رابطه مهم بین توزیع نمایی و توزیع گاما

اگر$x_1, x_2, \dots, x_r$از توزیع نمایی با پارامتر λپیروی کند آنگاه مجموع آنها ازتوزیع گاما با پارامترهای r، λپیروی خواهد نمود.

$y = x_1 + x_2 + \cdots + x_r$

توزیع ویبل	$f(x) = \frac{\lambda}{\Gamma(r)}(\lambda x)^{r-1}e^{-\lambda x}$	واریانس	میانگین
نکته: توزیع ویبل به نسبت زیادی در مهندسی قابلیت اطمینان به عنوان مدلی برای زمان تا خرابی قطعات وسیستم‌های مکانیکی والکتریکی استفاده گردیده است.			

در اغلب موارد با افزایش تعداد نمونه n محاسبه بعضی از توزیع ها بسیار پیچیده خواهد بود. در چنین مواقعی از تقریب توزیع نرمال و قضیه حد مرکزی استفاده می‌گردد. تقریب‌های پرکاربرد و مهم نظیر(۱)تقریب فوق هندسی به وسیله بینم، (۲) تقریب بینم به وسیله پوآسان و(۳) تقریب بینم به وسیله نرمال توضیح داده می‌شود.

۱. تقریب فوق هندسی به وسیله بینم

اگر نسبت n/N (که در اغلب موارد از آن به عنوان نسبت نمونه گیری نام می‌برند) کم باشد مثلا $0/10 \geq n/N$ انگاه توزیع بینم با پارامتر های $p = D/N$ وnتقریب خوبی برای توزیع فوق هندسی خواهد بود.هرچه نسبت n/Nکوچکتر باشد تقریب بهتر می‌شود. این تقریب در طراحی طرحهای نمونه گیری جهت پذیرش مفید واقع می‌گردد.

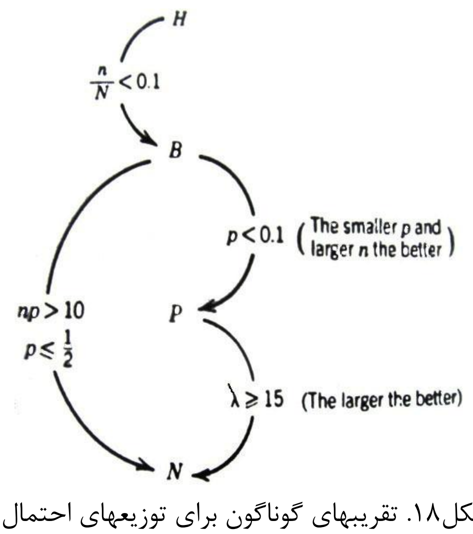
۲. تقریب بینم به وسیله پوآسان

زمانی که مقدار pبه سمت صفر واندازه نمونه به سمت بینهایت میل کند توزیع بینم به سمت توزیع پوآسان با پارامتر ثابت $\lambda = np$ میل خواهد کرد. این تقریب معمولا برای مقادیر بزرگ nو$p < 0/1$ خوب است. هرچه مقدار n افزایش یابد و مقدار p کاهش یابد نتیجه تقریب بهتر می‌شود.

۳. تقریب بینم بوسیله نرمال

اگر تعداد آزمایشهای nبزرگ باشد آنگاه می‌توان از تئوری حد مرکزی استفاده نمود و توزیع بینم را به وسیله توزیع نرمال با میانگین npو واریانس $np(1-p)$تقریب نمود.

نکته: رابطه مهم بین توزیع نمایی وتوزیع گاما
استفاده ازتوزیع نرمال به عنوان تقریبی برای توزیع بینم معمولا به ازای مقادیر p، نیاز به اندازه نمونه بزرگتری می‌باشد. به طور کلی،این تقریب برای $p < 1/(n+1)$یا$p > n/(n+1)$ و یا مقادیری از متغیر تصادفی که ازلحاظ قدر مطلق بیش از سه انحراف معیار با میانگین فاصله دارند مناسب نیست.
اگر میانگین توزیع پوآسان حدودا از ۱۵ بیشتر باشد آنگاه توزیع نرمال با$\mu = \lambda$و $\sigma = \lambda$ تقریب مناسبی خواهد بود.



شکل۱۸. تقریبهای گوناگون برای توزیعهای احتمال

به طور کلی، پارامترهای یک فرآیند معمولا معلوم نیستند و این امکان نیز وجود دارد که آنها باگذشت زمان تغییر کنند. بنابراین، باید روشهای مناسبی را برای تخمین توزیعهای احتمال وتصمیم گیری در مورد مسائل وابسته به آنها استفاده نماییم. روشهای آماری استانداردی که می‌توان در اینگونه موارد استفاده نمود،روشهای تخمین پارامتر و آزمون فرضیه هستند.

آماره و توزیع نمونه‌ای

یک آماره تابعی از داده‌های نمونه است که پارامترهای نامعلومی راشامل نمی گردد. به عنوان مثال، فرض کنید:

$x_1, x_2, \dots, x_n$مشاهدات یک نمونه nتایی هستند. بنابراین میانگین و واریانس نمونه:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

توزیع احتمال یک آماره توزیع نمونه‌ای نامیده می‌شود.

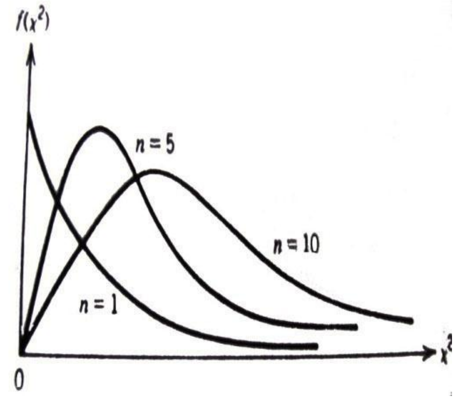
فرض کنید x یک متغیر تصادفی است که از یک توزیع نرمال بامیانگین μ وواریانس σ پیروی می‌کند اگر $x_1, x_2, \dots, x_n$یک نمونه تصادفی nتایی از این فرآیند باشد آنگاه میانگین نمونه x دارای توزیع$N(\mu, \sigma/n)$خواهد بود.

نکته: رابطه مهم بین توزیع نرمال و توزیع کای دو

اگر $x_1, x_2, \dots, x_n$ متغیرهای تصادفی مستقل نرمال بامیانگین صفر و واریانس یک باشد آنگاه متغیر تصادفی $y = x_1^2 + x_2^2 + \cdots +$ x_n^2 دارای توزیع مربع کای با n درجه آزادی خواهد بود.

$$x \sim N(0,1) \rightarrow x^2 \sim \chi^2(1)$$

میانگین و واریانس توزیع مربع کای به ترتیب برابرند با $\mu = n$ و $\sigma^2 = 2n.$

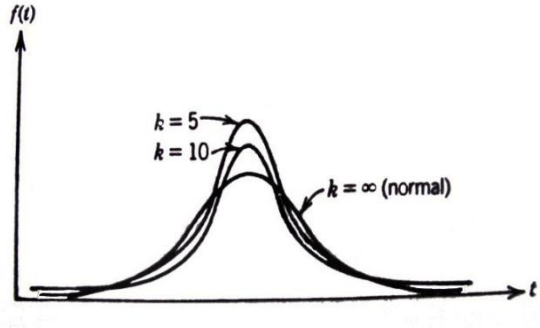


شکل۱۹.چند توزیع χ^2

فرض کنید $x_1, x_2, \dots, x_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع$N(\mu, \sigma^2)$باشد در این صورت متغیر تصادفی

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1} \rightarrow \qquad \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$$

تی استیودنت	$\mathbf{T = \frac{x}{\sqrt{\frac{\chi_k^2}{k}}} \sim t_{(k)}}$	واریانس	میانگین
	اگر x, χ_k^2به ترتیب متغیرهای تصادفی نرمال و مربع کای باشند آنگاه دارای توزیع متغیر تصادفی T تی استیودنت باk درجه آزادی خواهد بود که آن را t_kنشان می‌دهیم.	$\sigma^2 = \frac{k}{k-2}$ $k > 2$	$\mu = 0$ $k > 2$
نکته:اگر $\mathbf{k} = \infty$ باشد آنگاه توزیع $\mathbf{t}$به توزیع نرمال استاندارد تبدیل خواهد شد.			



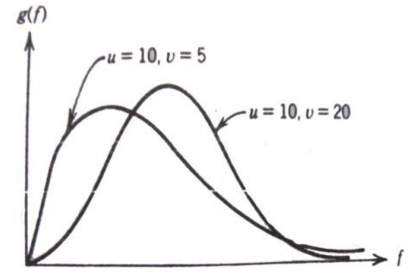
شکل۲۰.چند توزیع t

نکته:فرض کنید $x_1, x_2, \dots, x_n$ یک نمونه تصادفی ازتوزیع $N(\mu, \sigma^2)$می باشد. اگر x, S^2 میانگین و واریانس نمونه را محاسبه کنیم آنگاه متغیر تصادفی T دارای توزیع تی استیودنت با K درجه آزادی خواهد بود.

$$T = \frac{\overline{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

توزیع فیشر: اگر χ_u^2 و χ_v^2 دومتغیر تصادفی مربع کای بادرجه آزادی‌های u, v باشند آنگاه متغیر تصادفی Fدارای توزیع F با درجه آزادی صورت برابر با u ودرجه آزادی مخرج برابر با v خواهد بود.

$$F = \frac{\chi_u^2/u}{\chi_v^2/v} \sim F_{u,v}$$



شکل۲۱.چند توزیع فیشر F

نکته:

دو فرآیند نرمال مستقل $X_1 : (\mu_1, \sigma_2^2)$ و $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ را در نظر بگیرید اگر $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1_n}$ یک نمونه تصادفی n_1 تایی از فرآیند نرمال اول و $x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2_n}$ یک نمونه n_2تایی از فرآیند نرمال دوم و S_1^2و S_2^2 به ترتیب واریانسهای نمونه باشند آنگاه نسبت زیر دارای توزیع F فیشر خواهد بود:

$$\frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2} \sim F_{n_1-1, n_2-1}$$

نمونه گیری از یک توزیع برنولی:

$$P(X) = \begin{cases} PX = 1 \\ (1-P)X = 0 \end{cases}$$

فرض کنید یک نمونه تصادفی n تایی $x_1, x_2, \dots, x_n$ از یک فرآیند برنولی بااحتمال موفقیت ثابت p تهیه می‌گردد. در این صورت جمع مشاهدات نمونه، دارای توزیع بینم با پارامترهای ,pnخواهد بود.

$$X = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$$

نمونه گیری ازیک توزیع پوآسان:

فرض کنید $x_1, x_2, \dots, x_n$ یک نمونه تصادفی nتایی ازیک توزیع پوآسان با پارامتر λ باشد. در این صورت، توزیع جمع مشاهدات، نیز دارای توزیع پوآسان باپرامتر $n\lambda$ باشد.به طورکلی، جمع n متغیر تصادفی پوآسان دارای توزیع پوآسان با پارامتری برابر باجمع هریک از پارامترهای پوآسان خواهد بود.

$$X = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$$

برآورد پارامترهای فرآیند:

درکنترل کیفیت آماری توزیع احتمال به منظور مدل کردن یک مشخصه کیفی نظیر طول یک محصول یا نسبت اقلام معیوب یک فرآیند تولید استفاده می‌شود. یک برآورد کننده نقطه‌ای آماره‌ای است که یک مقدار عددی برای پارامتر نا معلوم فراهم می‌کند. یک برآوردکننده فاصله‌ای، یک فاصله تصادفی است که مقدار واقعی پارامتر با میزان احتمال خاصی در آن فاصله قرار می‌گیرد.

۱. برآورد نقطه‌ای

متغیر تصادفی x را که دارای توزیع احتمال f(x) است درنظر گیرید.فرض کنید میانگین μ و واریانس σ^2 این توزیع هر دو نامعلوم هستند. اگر یک نمونه تصادفی nتایی ازاین توزیع انتخاب شود آنگاه میانگین نمونه $\bar{X}$ و واریانس آن S^2 به ترتیب برآوردکننده‌های میانگین جامعه μ و واریانس جامعه σ^2 خواهند بود.

نکته:

معمولا برآوردکننده‌های خوب دارای چندین خواص مهم هستند که دو تا از مهمترین آنها عبارتند از:

$$MSE(\hat{\theta}) = (E(\hat{\theta}) - \theta)^2 + Var(\hat{\theta})$$

۱.برآوردکننده باید نا اریب باشد.

$$E(\hat{\theta}) = \theta$$

۲. برآوردکننده باید دارای کمترین واریانس باشد.

* میانگین و واریانس نمونه$\bar{X}$ و S^2 برآوردکننده‌های نااریب برای میانگین و واریانس جامعه σ^2 هستند.

۲.برآورد فاصله‌ای

برآورد فاصله‌ای برای یک پارامتر، فاصله‌ای است بین دو آماره که با احتمال خاصی مقدار واقعی پارامتر را در بر می‌گیرد.

– **فاصله اطمینان برای میانگین باواریانس معلوم**

متغیر تصادفی x دارای میانگین μو واریانس σ^2 است را درنظر بگیرید. فرض کنید یک نمونه تصادفی nتایی $x_1, x_2, \dots, x_n$انتخاب و میانگین آن محاسبه گردیده است. در این صورت$100(1-\alpha)\%$ فاصله اطمینان دو طرفه برای μ از طریق رابطه زیر تعیین می‌شود:

$X_1, X_2, \dots, X_n \sim (\mu, \sigma^2)$

فاصله اطمینان دو طرفه	فاصله اطمینان یکطرفه	
$\bar{X} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\mu \le \bar{X} + \frac{Z_\alpha \sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{X} - \frac{Z_\alpha \sigma}{\sqrt{n}} \ge \mu$

که $Z_{\alpha/2}$ از جدول توزیع نرمال استاندارد تعیین می‌شود.

میانگین و انحراف استاندارد یک نمونه 36 تایی دانشجویان سال دوم دانشکده‌ای به ترتیب 2.6 و 0.3 می‌باشد. فاصله اطمینان 95 درصد و 99 درصد برای معدل تمام برای تمام دانشجویان سال دوم را محاسبه کنید.$Z_{0.975} = 1.96$

حل:

برای فاصله اطمینان 95 درصد $Z_{0.975} = 1.96$لازم می‌باشد:

$$X - Z(1-\frac{\alpha}{2})S(X) \le \mu \le X + Z(1-\frac{\alpha}{2})S(X)$$

$$2.6 - (1.96)(\frac{0.3}{\sqrt{36}}) \le \mu \le 2.6 + (1.96)(\frac{0.3}{\sqrt{36}})$$

$$2.5 \le \mu \le 2.7$$

برای فاصله اطمینان 99درصد $Z_{0.995} = 2.576$ لازم می‌باشد:

$$2.6+(2.576)(\frac{0.3}{\sqrt{36}}) \le \mu \le 2.6-(2.576)(\frac{0.3}{\sqrt{36}})$$

$$2.47 \le \mu \le 2.73$$

در مورد مسئله قبل اگر بخواهیم 95 در صد اطمینان داشته باشیم که تخمین ما برای μ بیشتر از 0.05 نداشته باشد چه تعداد نمونه باشد بررسی شود ؟

حل:

$$1-\alpha = 0.95$$

$$(1-\frac{\alpha}{2})(\frac{S}{\sqrt{n}}) = 0.05$$

$$(1.96)(\frac{0.3}{\sqrt{n}}) = 0.5$$

$$n = \frac{(1.96)^2(0.3)^2}{(0.05)} = 138.3$$

در نتیجه ۹۵ درصد اطمینان خواهیم داشت که از یک نمونه 391 تایی مقداری برای $\bar{X}$ به دست خواهد آمد که از μ کمتر از 0.05 اختلاف خواهد داشت.

فاصله اطمینان برای میانگین یک توزیع نرمال باواریانس نامعلوم

فرض کنید متغیر تصادفی x دارای توزیع نرمال با میانگین نامعلوم μ وواریانس نامعلوم σ^2است. با استفاده ازیک نمونه nتایی میانگین و واریانس نمونه $\bar{X}$ و S^2 را می‌توان محاسبه کرد که در این صورت $100(1-\alpha)\%$ فاصله اطمینان دو طرفه برای میانگین جامعه از رابطه زیر به دست می‌آید:

فاصله اطمینان دو طرفه	فاصله اطمینان یکطرفه	
$\bar{X} - t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\frac{S}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{X} + t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}$	$\mu \le \bar{X} + t_{\alpha,n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}$	$\mu \ge \bar{X} + t_{\alpha,n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}$

که $t_{\alpha/2,n-1}$ از جدول توزیع t با $n-1$ درجه آزادی تعیین می‌شود.

فاصله اطمینان دوطرفه برای واریانس

فرض کنید متغیر تصادفی xدارای توزیع نرمال بامیانگین نامعلوم μ و واریانس نامعلوم σ^2 است.اگر واریانس نمونهS^2 براساس یک نمونه nتایی محاسبه گردد آنگاه یک $100(1-\alpha)\%$ فاصله اطمینان دوطرفه برای واریانس σ^2 بدین صورت تعیین می‌شود.

فاصله اطمینان دو طرفه		فاصله اطمینان یکطرفه
$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2,n-1}} \le \sigma^2 \le \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}}$	$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha,n-1}} \le \sigma^2$	$\sigma^2 \le \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha,n-1}}$

که مقادیر $\chi^2_{\alpha/2,n-1}$ و $\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}$ از جدول توزیع مربع کای تعیین می‌شود.

فاصله اطمینان برای اختلاف دومیانگین(واریانسهای معلوم)

دومتغیر تصادفی X_1 و X_2 که به ترتیب دارای میانگینهای μ_1 وμ_2 و واریانسهای σ_1^2 وσ_2^2 هستند رادرنظر بگیرید.اگر فرض کنیم μ_1 و μ_2 نامعلوم ولی σ_1^2 و σ_2^2معلوم هستند دراین صورت می‌توان یک $100(1-\alpha)\%$ فاصله اطمینان برای اختلاف واقعی بین دو میانگین تعیین کرد. بمنظور انجام این کار یک نمونه تصادفی nتایی $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}$ ازجامعه اول که آن را با x_1 نشان می‌دهیم و یک نمونه n_2تایی $x_{21}, x_{22}, \dots, x_{1n_2}$ ازجامعه دوم که آن رابا x_2 نشان می‌دهیم انتخاب می‌کنیم.اگر $\bar{X}_1$ و $\bar{X}_2$ میانگین نمونه ها باشند دراین صورت $100(1-\alpha)\%$ فاصله اطمینان دوطرفه برای اختلاف بین میانگین ها ازطریق رابطه زیر تعیین می‌شود:

فاصله اطمینان دو طرفه	$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}} \le \mu_1 - \mu_2 \le \bar{X}_1 - \bar{X}_1 + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$
	$\mu_1 - \mu_2 \le \bar{X}_1 - \bar{X}_1 + Z_{\alpha}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$
فاصله اطمینان یکطرفه	$\bar{X}_1 - \bar{X}_1 + Z_{\alpha}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}} \le \mu_1 - \mu_2$

دومتغیر تصادفی $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ و $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$رادرنظر بگیرید.میانگین و واریانس هردوتوزیع بافرض اینکه واریانسها بایکدیگر مساوی هستند نامعلوم می‌باشند.

$$S_p^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$$

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - t_{\alpha/2.n_1+n_2-2}S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}} \le \mu_1 - \mu_2 \le \bar{X}_1 - \bar{X}_1 + t_{\alpha/2.n_1+n_2-2}S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$$

فاصله اطمینان برای نسبت واریانسهای دوتوزیع نرمال

فرض کنید $X_1 \approx N(\mu_1, \sigma_1^2)$ و $X_2 \approx N(\mu_2, \sigma_2^2)$ وپارامترهای μ_1 و σ_1^2 و μ_2 و σ_2^2 نامعلوم هستند.می خواهیم یک $100(1-\alpha)\%$ فاصله اطمینان برای نسبت σ_1^2/σ_2^2 محاسبه نماییم.اگر S_1^2 و S_2^2 واریانسهای دو نمونه تصادفی باشند آنگاه$100(1-\alpha)\%$ فاصله اطمینان دوطرفه برایσ_1^2/σ_2^2 به صورت زیر تعیین می‌گردد:

فاصله اطمینان دوطرفه	$\frac{S_1^2}{S_2^2}F_{1-\alpha/2,n_2-1,n_1-1} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{S_1^2}{S_2^2}F_{\alpha/2,n_2-1,n_2-1}$
فاصله اطمینان یک طرفه	$\frac{S_1^2}{S_2^2}F_{1-\alpha,n_2-1,n_1-1} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{S_1^2}{S_2^2}F_{\alpha,n_2-1,n_2-1}$

که $F_{\alpha/2.u.v}$ ازجدول توزیع F بادرجه آزادی‌های u و v تعیین می‌شود.

فاصله اطمینان برای پارامترهای بینم

دربعضی مواقع نیاز است که$100(1-\alpha)\%$ فاصله اطمینان برای پارامتر p توزیع بینم محاسبه گردد.

فاصله اطمینان دوطرفه

$$\hat{P} - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}} \leq P \leq \hat{P} + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}}$$

فاصله اطمینان تقریبی برای اختلاف P_1, P_2

$$\hat{P}_1 - \hat{P}_2 - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{P}_1(1-\hat{P}_1)}{n_1} + \frac{\hat{P}_2(1-\hat{P}_2)}{n_2}} \leq P_1 - P_2 \leq \hat{P}_1 - \hat{P}_2 + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{P}_1(1-\hat{P}_1)}{n_1} + \frac{\hat{P}_2(1-\hat{P}_2)}{n_2}}$$

آزمون فرضیه برای پارامترهای فرآیند

یک فرضیه آماری جمله یا بیانی درباره مقادیر پارامترهای یک توزیع احتمال است. نمونه‌ای از یک آزمون فرض بصورت زیر است.

$$\begin{cases} H_0: \mu = 1/500 \\ H_1: \mu \neq 1/500 \end{cases}$$

به منظور انجام یک آزمون فرضیه، یک نمونه تصادفی ازجامعه موردنظر تهیه، آماره آزمون مناسبی محاسبه و در نهایت نتیجه گیری می‌شود که آیا فرضیه خنثی H_0 رد شود یاخیر.

دو نوع خطا در زمان آزمون فرضیه ها ممکن است رخ دهد.

$$\alpha = P\{\text{خطای نوع I}\} = P\{\text{رد } H_0 \mid H_0 \text{ صحیح باشد}\}$$

$$\beta = P\{\text{خطای نوع II}\} = P\{\text{عدم رد } H_0 \mid H_0 \text{ اشتباه باشد}\}$$

در بعضی مواقع استفاده از قدرت یا توان آزمون ساده تر است که در این صورت:

$$\text{توان آزمون} = 1 - \beta = P\{\text{رد } H_0 \mid H_0 \text{ اشتباه باشد}\}$$

در فعالیتهای کنترل کیفیت گاهی α ریسک تولید کننده نامیده می‌شود زیرا آن احتمال رد یک انباشته خوب یا احتمال غیر قابل قبول محسوب کردن یک فرآیند تولیدی که مقادیر قابل قبولی برای یک مشخصه کیفی تولید می‌کند را نشان می‌دهد از طرف دیگر گاهی β ریسک مصرف کننده نامیده می‌شود زیرا این ریسک احتمال پذیرش یک انباشته باکیفیت نا مطلوب یا عدم توقف فرآیندی که مشخصه کیفی خاصی را به طور نا مطلوب تولید می‌کند نشان می‌دهد.

روش کلی درآزمون فرضیه تعیین مقداری برای احتمال خطای نوع I یا α و طراحی یک روش آزمون است به طوری که کوچکترین مقدار برای β حاصل گردد.

حال به بررسی چند نوع از مسائل آزمون فرضیه که معمولا در کاربردهای کنترل کیفیت مشاهده می‌شوند می‌پردازیم.حالات مختلفی که بررسی می‌شوند عبارتند از:

۱.مقایسه میانگینها وقتی که واریانس معلوم است.
۲. مقایسه میانگینهای توزیعهای نرمال وقتی که واریانس نامعلوم است.
۳.مقایسه واریانسهای توزیعهای نرمال.
۴.مقایسه پارامترهای بینم.
۵.مقایسه پارامترهای پوآسان.