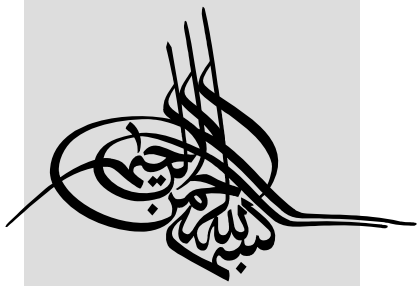


سری کتاب‌های کمک آموزشی کارشناسی ارشد

مقاومت مصالح

مجموعه مهندسی عمران

مؤلف: حسین یعقوبلو

ویراستار علمی: معصومه خسروی

یعقوبلو، حسین
مقاومت مصالح رشته مهندسی عمران / حسین یعقوبلو / ویراستار علمی: معصومه خسروی
مشاوران صعود ماهان، ۱۴۰۱
٤٦٤ ص: جدول، نمودار (آمادگی آزمون کارشناسی ارشد مهندسی عمران)
ISBN: 978-600-458-821-8
فهرستنویسی بر اساس اطلاعات فیپا.
مقاومت مصالح ـ چاپ اول
۱- مقاومت مصالح ۲- آزمونها و تمرینها (عالی) ۳- آزمون دوره‌های تحصیلات تکمیلی
٤- دانشگاهها و مدارس عالی ـ ایران ـ آزمونها
حسین یعقوبلو
ج ـ عنوان

☑ نام کتاب: مقاومت مصالح
☑ مولف: حسین یعقوبلو
☑ ناشر: مشاوران صعود ماهان
☑ نوبت و تاریخ چاپ: اول / ۱۴۰۱
☑ تیراژ: ۱۰۰۰ نسخه
☑ قیمت: ٤/۱۹۰/۰۰۰ ریال
☑ شابک: ISBN:۹۷۸-۶۰۰-٤۵۸-۸۲۱-۸

مشاوران صعودماهان: سهروردی شمالی- چهارراه میرزا زینالی شرقی – پلاک ۵۱
تلفن: ۸۸۴۰۱۳۱۳

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به موسسه آموزش عالی آزاد ماهان می‌باشد و هر گونه اقتباس کپی‌برداری از این اثر بدون اخذ مجوز پیگرد قانونی دارد.

مقدمه ناشر

آیا آنانکه می‌دانند با آنانکه نمی‌دانند برابرند؟ (قرآن کریم)

پس از حمد و سپاس و ستایش به درگاه بی همتای احدیت و درود بر محمد مصطفی، عالی نمونه بشریت که در تاریک دور تاریخ، بنا به فرمان نافذ صمدیت از میان مردمی برخاست که خود بودند در پست‌ترین حد توحش و ضلال و بربریت و آنگاه با قوانین شامل خویش هم ایشان را راهبری نمود و رهانید از بدویت و استعانت جوییم از قرآن کریم، کتابی که هست جاودانه و بی‌نقص تا ابدیت.

کتابی که در دست دارید آخرین ویرایش از مجموعه کتب خودآموز مؤسسه آموزش عالی آزاد ماهان است که برمبنای خلاصه درس و تأکید بر نکات مهم و کلیدی و تنوع پرسش‌های چهار گزینه‌ای جمع‌آوری شده است. در این ویرایش ضمن توجه کامل به آخرین تغییرات در سرفصل‌های تعیین شده جهت آزمون‌های ارشد تلاش گردیده است که مطالب از منابع مختلف معتبر و مورد تأکید طراحان ارشد با ذکر مثال‌های متعدد بصورت پرسش‌های چهار گزینه‌ای با کلید و در صورت لزوم تشریح کامل ارائه گردد تا دانشجویان گرامی را از مراجعه به سایر منابع مشابه بی نیاز نماید.

لازم به ذکر است شرکت در آزمون‌های آزمایشی ماهان که در جامعه آماری گسترده و در سطح کشور برگزار می‌گردد می‌تواند محک جدی برای عزیزان دانشجو باشد تا نقاط ضعف احتمالی خود را بیابند و با مرور مجدد مطالب این کتاب، آنها را برطرف سازند که تجربه سال‌های مختلف موکد این مسیر به عنوان مطمئن‌ترین راه برای موفقیت می‌باشد.

لازم به ذکر است از پورتال ماهان به آدرس www.mahanportal.ir می‌توانید خدمات پشتیبانی را دریافت دارید.

و نیز بر خود می‌بالیم که همه ساله میزان تطبیق مطالب این کتاب با سؤالات آزمون‌های ارشد- که از شاخصه‌های مهم ارزیابی کیفی این کتاب‌ها می‌باشد- ما را در محضر شما سربلند می‌نماید.

در خاتمه بر خود واجب می‌دانیم که از همه اساتید بزرگوار و دانشجویان ارجمند از سراسر کشور و حتی خارج از کشور و همه همکاران گرامی که با ارائه نقطه نظرات سازنده خود ما را در پربارتر کردن ویرایش جدید این کتاب یاری نمودند سپاسگزاری نموده و به پاس تلاش‌های بی چشمداشت، این کتاب را به محضرشان تقدیم نماییم.

مؤسسه آموزش عالی آزاد ماهان

معاونت آموزش

مقدمه مؤلف

مبحث مقاومت مصالح یکی از مباحث بسیار مهم علمی محسوب می‌گردد که در آزمون کارشناسی ارشد رشته مهندسی عمران سهم مهمی را به خود اختصاص داده است. که تنها راه تسلط بر این درس اشراف بر مفاهیم و شیوه‌های حل مسئله می‌باشد.
مزایای این کتاب:
۱- توجه ویژه به چگونگی شیوه‌ی بیان خلاصه درسها و سعی در چهارچوب‌بندی و جمع‌بندی راهکارهای حل مسئله
۲- اختصاص دادن تستهای متنوع و آموزشی همراه با توضیحات درسی بطوریکه دانشجو با حل نمودن تستهای طبقه‌بندی شده می‌تواند مفاهیم موجود در خلاصه درس را در ذهن خود تثبیت نماید.
۳- قرار گرفتن سؤالهای کنکور سال ۹۰ و چند سال اخیر از درس مقاومت مصالح در آخر کتاب جهت شکل‌گیری ذهنیت مؤثرتر برای سیر مطالعاتی دانشجو.
نکته بسیار مهم اینکه دانشجویان باید برای یادگیری این درس و دروسی به این شکل یک سیر مطالعاتی هدفمند داشته باشند تا بتوانند این مباحث را فراگیرند. این سیر مطالعاتی هدفمند از نظر بنده مطالعه درس همراه با حل مسئله جهت تکمیل فهم آن درس می‌باشد. به طوریکه کلیت مفهوم را از متن درس فراگرفته و برای جلوگیری از تشویش و گمراهی ذهن سریعاً به مثالهای جامع و تستهای کنکور رجوع گردد تا مفاهیم جهت‌گیری و تثبیت شود. به عبارت دیگر:
«هر تست با سؤال درسی یک مبحث درسی است که با خوب مطالعه کردن و بررسی دقیق حالتهای مختلف آن و کنکاش در چگونگی حل آن می‌توانید آن مبحث را یاد بگیرید»
در نتیجه توصیه می‌شود که دانشجویان عزیز: **«زیاد تست بزنید، زیاد مثال حل کنید و تا حل تست یا مسئله را نفهمیدید از کنار آن عبور نکنید»**
در نهایت برای تمامی دانشجویان و دانش دوستان عزیز ایران اسلامی آرزوی موفقیت و عزت و سرافرازی می‌نمایم و از زحمات بی‌دریغ سرکار خانم مهندس خسروی و جناب آقای مهندس عباسپور که در ویرایش و تکمیل این کتاب کمک بسزایی به بنده نمودند کمال تشکر و قدردانی را دارم. در ضمن از تمامی دانشجویان و خوانندگان این کتاب تقاضا دارم نظرات و انتقادات و پیشنهادات خود را به آدرس ذیل ارسال نموده و در ارتقا علمی این کتاب سهیم باشند.

P.N1000@yahoo.com
حسین یعقوبلو

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل اول: تنش و کرنش در سازه‌های هیپراستاتیک ۹

۱-۱- معرفی سازه‌های هیپراستاتیک ۱۱

۱-۲- تنش ۱۱

۱-۳- کرنش ۱۲

۱-۴- ضریب پوآسن ۱۳

۱-۵- قانون هوک ۱۳

۱-۶- محاسبه تغییر طول اعضای دو سر مفصل (δ) ۱۴

۱-۷- فرمولهای انرژی ۱۵

۱-۸- انواع تغییر طولها و محاسبه اندازه آنها ۱۵

۱-۹- روش مدلسازی فنر ۱۶

۱-۱۰- روش حل مسائل این فصل ۱۷

سؤالات چهارگزینه‌ای فصل اول ۲۵

پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای فصل اول ۵۶

فصل دوم: تحلیل تنش و کرنش، دایره مور، مخازن جدار نازک ۸۷

۲-۱- تانسور تنش ۸۹

۲-۲- المان تحت تنش تک محوره ۸۹

۲-۳- کرنش حجمی ۹۰

۲-۴- المان تحت تنش دو محوره ۹۱

۲-۵- المان برش خالص ۹۱

۲-۶- قرارداد کنکور برای علامتها در مبحث تحلیل تنش‌ها ۹۳

۲-۷- دایره مور ۹۴

۲-۸- مخازن جدار نازک ۹۷

سؤالات چهارگزینه‌ای فصل دوم ۱۰۱

پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای فصل دوم ۱۲۴

فصل سوم: پیچش ۱۵۱

۳-۱- انواع مقاطع در پیچش ۱۵۳

۳-۲- پیچش در مقاطع مدور ۱۵۳

۳-۲-۱- پیچش در مقاطع مدور توپر ۱۵۳
سختی پیچشی ۱۵۵
توان انتقالی ۱۵۵
۳-۲-۲- پیچش در مقاطع توخالی مدور ۱۵۵
۳-۳- پیچش در مقطع غیر مدور ۱۵۶
۳-۴- پیچش در مقاطع جدار نازک باز ۱۵۷
پیچش در مقاطع جدار نازک باز، با ضخامت ثابت ۱۵۷
پیچش جدار نازک با ضخامت متغیر ۱۵۸
۳-۵- مقاطع جدار نازک بسته ۱۵۸
۳-۶- جمع بندی و خلاصه بحث پیچش ۱۵۹
سؤالات چهارگزینه‌ای فصل سوم ۱۶۲
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای فصل سوم ۱۸۷
فصل چهارم: خمش ۲۱۷
۴-۱- خمش خالص ۲۱۹
۴-۲- خمش نامتقارن ۲۲۲
۴-۳- خمش مرکب ۲۲۳
۴-۴- خمش چند محوره ۲۲۴
۴-۵- خمش همراه با بار محوری ۲۲۵
۴-۶- بار محوری با خروج از مرکزیت ۲۲۶
۴-۷- هسته مرکزی ۲۲۶
۴-۸- خمش پلاستیک ۲۲۷
۴-۹- سؤال جهانی خمش ۲۲۸
سؤالات چهارگزینه‌ای فصل چهارم ۲۳۲
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای فصل چهارم ۲۷۰
فصل پنجم: برش ۳۱۷
۵-۱- مفهوم برش ۳۱۹
۵-۲- مرکز برش ۳۲۱
۵-۳- دسته بندی مباحث برش ۳۲۲
۵-۴- دسته بندی مقاطع جدار نازک در برش ۳۲۴
۵-۵- وسایل اتصال برشی ۳۲۶
سؤالات چهارگزینه‌ای فصل پنجم ۳۳۰
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای فصل پنجم ۳۵۱
فصل ششم: کمانش ۳۷۵
۶-۱- کمانش ۳۷۷
۶-۲- بار بحرانی ۳۷۷
۶-۳- تنش بحرانی ۳۷۹
سؤالات چهارگزینه‌ای فصل ششم ۳۸۱
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای فصل ششم ۳۹۱

سؤالات چهارگزینه‌ای آزمون سراسری سال ۸۶ ..... ۴۰۳
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای آزمون سراسری سال ۸۶ ..... ۴۰۸
سؤالات چهارگزینه‌ای آزمون سراسری سال ۸۷ ..... ۴۱۳
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای آزمون سراسری سال ۸۷ ..... ۴۱۷
سؤالات چهارگزینه‌ای آزمون سراسری سال ۸۸ ..... ۴۲۱
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای آزمون سراسری سال ۸۸ ..... ۴۲۶
سؤالات چهارگزینه‌ای آزمون سراسری سال ۸۹ ..... ۴۳۱
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای آزمون سراسری سال ۸۹ ..... ۴۳۳
سؤالات چهارگزینه‌ای آزمون سراسری سال ۹۰ ..... ۴۳۵
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای آزمون سراسری سال ۹۰ ..... ۴۳۸
سؤالات چهارگزینه‌ای آزمون سراسری سال ۹۱ ..... ۴۴۲
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای آزمون سراسری سال ۹۱ ..... ۴۴۵
سؤالات چهارگزینه‌ای آزمون سراسری سال ۹۲ ..... ۴۴۸
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای آزمون سراسری سال ۹۲ ..... ۴۵۱
سؤالات چهارگزینه‌ای آزمون سراسری سال ۹۳ ..... ۴۵۴
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای آزمون سراسری سال ۹۳ ..... ۴۵۶
سؤالات و پاسخنامه چهارگزینه‌ای آزمون سراسری سال ۹۵ ..... ۴۵۸
منابع ۴۶۴

فصل اول

تنش و کرنش در سازه‌های هیپراستاتیک

عناوین اصلی

- تنش
- تغییر طول اعضا

فصل اول

تنش و کرنش در سازه‌های هیپراستاتیک

۱-۱ معرفی سازه‌های هیپراستاتیک:

این فصل در مورد سازه‌های هیپراستاتیک بحث می‌کند. همانطور که دانشجویان از درس تحلیل سازه می‌دانند سازه‌های هیپراستاتیک به سازه‌های نامعین استاتیکی می‌گویند. یعنی حالتی که در سازه تعداد نیروهای مجهول موجود از تعداد معادلات استاتیکی بیشتر شود. به عبارت دیگر حاصل تفریق تعداد مجهولات مربوط به نیروها از تعداد معادلات استاتیکی موجود در سازه بیشتر از صفر شود.

یادآوری: معادلات تعادل استاتیکی از نوشتن تعادل نیروها و معادله لنگرهای موجود در سازه حول یک نقطه برابر صفر، بدست می‌آید، یعنی با نوشتن سه فرمول زیر می‌توان معادلات را بدست آورد.

$$\sum M_O = 0 \qquad \sum F_y = 0 \qquad \sum F_x = 0$$

۱-۲- تنش:

۱-۲-۱) تنش قائم

تنش عبارتست از نیروی وارد بر واحد سطح، علامت اختصاری تنش حرف یونانی σ می‌باشد. فرض کنید عضوی دارای سطح مقطع A که تحت نیروی محوری F قرار دارد، تنش از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$\sigma = \frac{F}{A} \qquad \text{فرمول (۱-۱)}$$

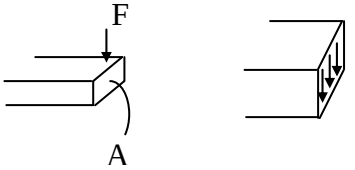
برخی واحدهای σ:
- ۱) پاسکال $\frac{N}{m^2} = (Pa)$
- ۲) Ps (پوند بر اینچ مربع) یا ksi کیلو پوند بر اینچ مربع

۱-۲-۲) تنش برشی

تنش برشی در حالتی بوجود می‌آید که نیروی F به صورت مماس بر سطح مقطع و عمود بر محور طولی عضو (به موازات سطح مقطع A) وارد شود.

تنش برشی میانگین در سطح مقطع A با نیروی F از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\tau_{ave} = \frac{P}{A} \qquad \text{فرمول (۱-۲)}$$

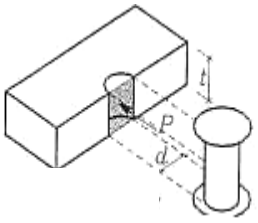


شکل (۱-۱)

۱-۲-۳) تنش لهیدگی

تنش ایجاد شده در سطح تماس اعضای یک اتصال و یا سطح تکیه‌گاه اعضا، تنش لهیدگی می‌باشد. به عنوان یک قاعده کلی تنش لهیدگی در جایی ظاهر می‌شود که دو سطح با هم در تماس باشند. در این صورت تنش مجاز برابر مینیمم تنش لهیدگی مجاز دو ماده می‌باشد. اگر مطابق شکل زیر توسط پرچی نیروی P بر صفحه وارد شود، می‌توان سطح مؤثر در مقابل نیروی P را مستطیلی که همان تصویر پرچ بر روی مقطع صفحه است در نظر گرفت. این مستطیل دارای ابعاد t (ضخامت صفحه) و d (قطر پیچ) است. بنابراین مقدار این تنش که تنش تکیه‌گاهی نیز می‌نامند برابر است با:

$$\sigma_b = \frac{P}{A} = \frac{P}{td}$$ فرمول (۱-۳)



شکل (۱-۲)

تنش پسماند

فولادهای نورد شده هنگام سرد شدن به طور یکنواخت سرد نمی‌شوند. بلکه در جاهایی که تراکم جرم فولاد کمتر است در زمان کمتری سرد می‌شوند و بالعکس در جاهایی که تراکم جرم فولاد بیشتر است زمان بیشتری برای سرد شدن صرف می‌کند. فولاد در اثر سرد شدن تمایل به کاهش طول دارد (به علت تأثیر درجه حرارت بر انبساط و انقباض مواد). به همین خاطر در جاهایی که تراکم جرم فولاد کمتر است تمایل به کاهش طول دارد اما جاهایی که تراکم جرم بالاست اجازه کاهش طول را نمی‌دهد و باعث ایجاد تنش در قسمت کم تراکم می‌شود این تنش را تنش پسماند می‌نامند. این تنش بیشتر تأثیر خود را در مقاومت فشاری اعضای فشاری می‌گذارد و باعث می‌شود عضوی که تحت کشش است در هنگام گسیخته شدن تغییر شکل (کرنش) بیشتری از خود نشان دهد.

۱-۳) کرنش

۱-۳-۱) کرنش قائم (عمودی)

واضح است که هنگامی که میله‌ای تحت بار محوری قرار می‌گیرد دچار تغییر طول خواهد شد δ بیانگر اندازه‌ی تغییر طول می‌باشد. اگر مقدار تغییر طول را یعنی δ بر واحد طول عضو محاسبه کنیم، کرنش قائم یا عمودی به دست خواهد آمد که با (ε) نمایش داده می‌شود:

ε را می‌توان از رابطه مقابل محاسبه کرد $\varepsilon = \frac{\delta}{L}$ (فرمول ۱-۴)

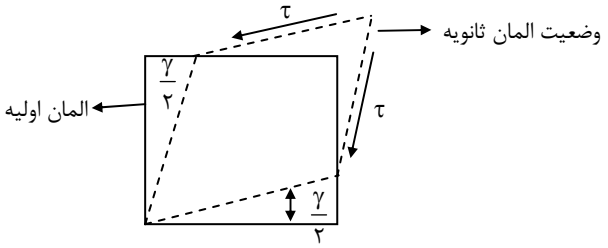
δ: تغییر طول میله

L: طول میله

نکته: ε (کرنش) فاقد دیمانسیون است.

۱-۳-۲) کرنش برشی:

تنش برشی در طول و ابعاد المان مورد بررسی، تغییری ایجاد نمی‌کند اما زوایای المان را عوض می‌کند شکل زیر فهم مطلب را آسانتر می‌کند.



شکل(۱-۳)

با استفاده از قانون هوک داریم: (فرمول ۱-۵) $\tau = G\gamma$

G: مدول برشی

γ: زاویه تغییر یافته (فاقد دیمانسیون)

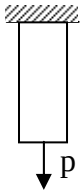
τ: تنش برشی

نکته: با توجه به اینکه γ فاقد دیمانسیون است پس G و τ هم دیمانسیون هستند.

۱-۴) ضریب پوآسن:

هنگامی که میله‌ای تحت بار محوری قرار می‌گیرد علاوه بر کرنش محوری، کرنش ثانویه‌ای در راستاهای عمود بر بار محوری رخ می‌دهد که به آنها کرنش جانبی می‌گویند. با تقسیم کرنش جانبی بر کرنش محوری ضریب پواسون (υ) بدست می‌آید.

فرمول (۱-۶) $\upsilon = \dfrac{\text{کرنش جانبی}}{\text{کرنش محوری}}$



شکل (۱-۴)

به υ ضریب پوآسون می‌گویند. این ضریب به جنس سطح بستگی دارد.

به عنوان مثال شما وقتی میلگردی را تحت کشش قرار می‌دهید کاهش قطر خواهد داشت. ضریب پوآسون معیاری است برای سنجش مقدار تغییرات قطر به عبارت دیگر کاهش قطر میلگرد بیانگر اثر پوآسون می‌باشد.

نکته: رابطه‌ی بین مدول برشی، (G) ، مدول الاستیسته (E) و ضریب پوآسون υ:

فرمول (۱-۷) $G = \dfrac{E}{۲(۱+\upsilon)}$

۱-۵) قانون هوک

رابرت هوک اثبات کرد که تنش با کرنش رابطه خطی دارد و فرمول زیر را برای رابطه‌ی آنها پیشنهاد کرد.

σ: تنش فرمول (۱-۸) $\sigma = E\varepsilon$

ε: کرنش

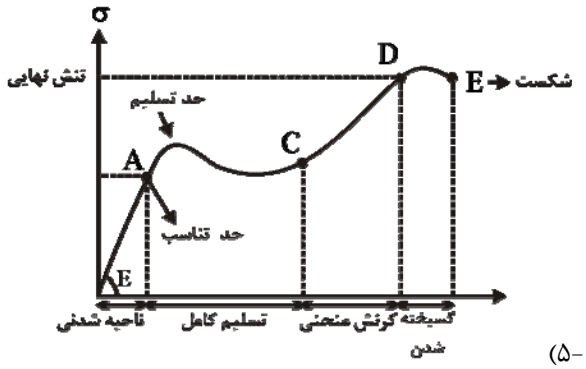
E : مدول یانگ (مدول الاستیسته)

نکته: کرنش فاقد دیمانسیون است پس E و σ هم دیمانسیون هستند.

۱-۵-۱) نمودار تنش کرنش

پس از آزمایش‌هایی که بر روی نمونه فولاد ساختمانی صورت می‌گیرد نمودار زیر بدست می‌آید که به آن نمودار تنش کرنش مهندسی گفته می‌شود.

برای مواد دیگر نیز می‌توان این آزمایش را انجام داد.



شکل (۱-۵)

شیب نمودار تنش در ناحیه خطی بیانگر E یعنی مدول الاستیسته می‌باشد.

نمودار« $F-\delta$ » مشابه نمودار « $\sigma-\varepsilon$ » می‌باشد ولی در نمودار « $F-\delta$ » (نیرو- تغییر طول) شیب نمودار در ناحیه خطی بیانگر سختی (K) می‌باشد.

نکته: مدول الاستیسته و سختی به دو پارامتر جنس و هندسه بستگی دارد.

نکته: سختی میله‌ای به طول L که نیروی محوری تحمل می‌کند از فرمول مقابل محاسبه می‌شود.

مدول الاستیسته — سطح مقطع

$$K=\frac{EA}{L}$$

طول میله

فرمول (۱-۹)

مساحت زیر نمودار تنش کرنش در ناحیه ارتجاعی بیانگر مقدار انرژی ذخیره شده در مصالح در واحد حجم می‌باشد که آنرا U_S نشان می‌دهند و از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$U_S=\frac{1}{2}\sigma.\varepsilon$$ فرمول (۱-۱۰)

مساحت زیر نمودار در ناحیه ارتجاعی نمودار (نیرو- تغییر طول) بیانگر مقدار انرژی جذب شده در جسم می‌باشد. که از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$U=\frac{1}{2}F.\delta$$ فرمول (۱-۱۱)

با مفهوم تنش و نمودار تنش- کرنش آشنا شدیم، حال می‌خواهیم فرمولهای کاربردی در حل مسائل این فصل را بدست آوریم:

۱-۶) محاسبه تغییر طول اعضای دو سر مفصل (δ)

$$\left.\begin{array}{l}\sigma=E.\varepsilon\ \text{(قانون هوک)}\\ \sigma=\dfrac{F}{A}\\ \varepsilon=\dfrac{\delta}{L}\end{array}\right\}\quad \sigma=E\frac{\delta}{L}=\frac{F}{A}$$

اعضای دو سر مفصل $\delta = \frac{F.L}{EA}$ فرمول (۱-۱۲)

اعضای دو سر مفصل یا محوری یا خرپایی اعضایی هستند که فقط تحت بار محوری هستند. یعنی فقط تحت کشش یا فشارند.

اعضای غیر منشوری: به اعضایی که سطح مقطع متغیر داشته باشند اعضاء غیر منشوری می‌گویند.

نکته: در فرمول بالا اگر هر یک از پارامترهای نیرو، جنس یا سطح مقطع متغیر باشد (به عنوان مثال غیر منشوری باشد) از فرمول زیر استفاده می‌کنیم.

$$\delta = \int \frac{F\,dx}{EA}$$ فرمول (۱-۱۳)

نکته: تفاوت در جنس مصالح بکار رفته باعث متغیر شدن E می‌شود.

۱-۷) فرمولهای انرژی

U_S انرژی ذخیره شده در واحد حجم

$$\left.\begin{array}{l} U_S = \frac{1}{2}\sigma\varepsilon \\ U = \frac{1}{2}F.\delta \\ \sigma = E.\varepsilon \\ \varepsilon = \frac{\delta}{L} \\ \sigma = \frac{F}{A} \end{array}\right\} \; U_S = \frac{1}{2}E\varepsilon^2$$ فرمول (۱-۱۴)

$$U = \frac{1}{2}F\delta \rightarrow U = \frac{1}{2}\,\frac{EA\delta^2}{L} = \frac{F^2L}{2EA}$$ فرمول (۱- ۱۵)

U: انرژی جذب شده

در فرمول انرژی جذب شده نیز در صورت متغیر بودن نیرو، جنس و یا سطح مقطع از انتگرال کمک می‌گیریم.

$$U = \int \frac{F^2 dx}{2EA}$$ فرمول (۱- ۱۶)

نکته: تفاوت در جنس مصالح باعث متغیر شدن E می‌شود.

توجه: فرمولهای بالا فقط برای میله تحت بار محوری می‌باشند.

۱-۸) انواع تغییر طولها و محاسبه اندازه آنها

۱-۸-۱) تغییر طول در اعضای دو سر مفصل $\delta = \frac{F.L}{EA}$

۱-۸-۲) تغییر طول در فنر که از فرمول معروف $\delta = \frac{F}{K}$ (فنر) (فرمول (۱-۱۶)) محاسبه می‌شود.

K: سختی فنر

F: نیروی محوری

γ: تغییر طول

۳-۸-۱) تغییر طول در اثر تغییر درجه حرارت

تغییر درجه حرارت در اعضای سازه باعث تغییر طول آنها می‌شود. فرمول محاسبه تغییر طول ناشی از تغییر درجه حرارت به مقدار ΔT در عضوی به طول L از رابطه زیر بدست می‌آید:

α: ضریب انبساط حرارتی فرمول (۱-۱۷) $\delta = \alpha.\Delta T.L$

نکته: اگر درجه حرارت بالا رود ⟵ عضو تمایل به افزایش طول دارد.

اگر درجه حرارت پایین بیاید ⟵ عضو تمایل به کاهش طول دارد.

نکته مهم: در سازه‌های ایزواستاتیک (معین استاتیکی) تغییر درجه حرارت تنشی در اعضاء بوجود نمی‌آورد. همین طور در برخی سازه‌های هیپراستاتیک که سازه می‌تواند آزادانه تغییر طول دهد و حرکت کند، تغییر درجه حرارت تنشی را ایجاد نمی‌کند.

نکته: در اعضای صلب و فنر، تغییر درجه حرارت و خطای ساخت هیچ تنشی بر عضو اعمال نمی‌کند.

۱-۹)روش مدلسازی فنر:

این روش در حل برخی مسائل مقدار عملیات را بسیار کاهش می‌دهد و موثر است. روش مدلسازی را به دو صورت می‌توان انجام داد:

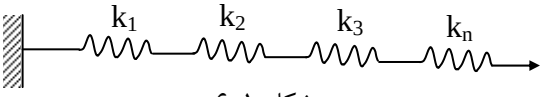
۱) فنرهای سری ۲) فنرهای موازی

۱-۹-۱) فنرهای سری:

در این نوع فنرها، نیروی همه فنرها با هم مساوی و برابر با نیروی وارده است اما تغییر طولها متفاوت است به طوریکه تغییر طول مجموع فنرها با جمع تغییر طول تک تک فنرها برابر است.

$$\begin{cases} F \\ F_1 = F_2 = \ldots = F_n = F \\ F = \Delta K_{\Delta eq} \\ \dfrac{1}{K_{eq}} = \dfrac{1}{k_1} + \dfrac{1}{k_2} + \ldots = \dfrac{1}{k_n} \end{cases}$$

فرمول (۱-۱۸)



شکل ۱-۶

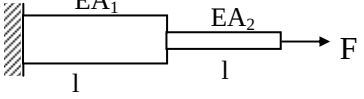
k_{eq}: سختی معادل.

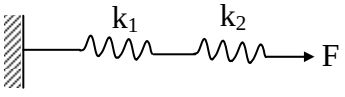
نکته: $k_i > k_{eq}$: یعنی سختی هر یک از فنرها بیشتر از سختی معادل است.

یعنی اگر در سؤالی، همه میله‌ها دارای نیروی یکسانی بودند (نیروی محوری) ولی سختی‌هایشان فرق می‌کرد. می‌توان میله‌ها را از طریق فنرها، معادل کرد. توجه شود که به جای $k = \dfrac{F}{\Delta}$ باید $K = \dfrac{EA}{L}$ قرار دهیم. و تغییر طول کل را بدست آوریم.

مثال) در شکل زیر تغییر طول برای کل سازه چقدر است؟

$A_1 = 2A_2$





$$\begin{cases} F_۱ = F_۲ \\ K_۱ \neq K_۲ \end{cases}$$

$$K_۱ = E\frac{A_۱}{L}\ ,\ \ K_۲ = E\frac{A_۲}{L}$$

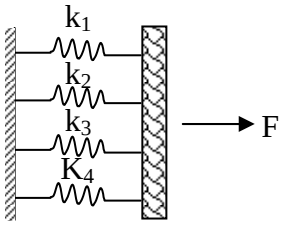
$$\frac{۱}{K_{eq}} = \frac{۱}{E\frac{A_۱}{L}} + \frac{۱}{E\frac{۲A_۱}{L}} = \frac{۳L}{۲EA_۱} \rightarrow K_{eq} = \frac{۲EA_۱}{۳L} \rightarrow \Delta = \frac{F}{K_{eq}} = \frac{۳LF}{۲EA_۱}$$

۱-۹-۲) فنرهای موازی

در این فنرها تغییر طول فنرها یکی است اما نیروی وارد بر کل آنها برابر است با مجموع نیروهای وارده بر تک تک فنرها.

$$\begin{cases} \Delta_۱ = \Delta_۲ = \Delta_۳ = ... = \Delta_n = \Delta \\ F = F_۱ + F_۲ + F_۳ + ... + F_n \\ k_{eq} = K_۱ + K_۲ + ... + K_n \\ \Delta = \Delta_۱ = ... = \frac{F}{K_{eq}} \end{cases}$$

فرمول (۱-۱۹)



شکل (۱-۷)

نکته: در شکل (۱-۷) نیروها بر حسب سختی فنرها توزیع می‌شود یعنی:

$$F_i = \frac{k_i}{k_{eq}} \times F$$

فرمول (۱-۲۰)

نکته: فرمول (۱-۲۰) در بسیاری از حل‌ها تحت عنوان روش سختی استفاده می‌شود.

توصیه:

۱) برای فهم بهتر مطالب حتماً توصیه می‌شود مثالهای این بخش را مطالعه فرمائید.

۲) مطالعه درس استاتیک نیز جهت حل مسائل این فصل و فصلهای دیگر الزامی است.

۱-۱۰) روش حل مسائل این فصل:

تا اینجا مطالبی در مورد سازه‌های هیپراستاتیک و مفهوم تنش و کرنش و رابطه‌ی بین نیرو و تغییر طول در اعضا بیان شد. بر اساس مطالب بیان شده پیرامون سازه‌های هیپراستاتیک در اول فصل می‌توانیم معادلات تعادل استاتیکی را برای سازه مورد نظر بنویسم.

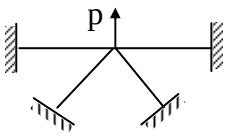
حال از روی هندسه سازه و فرمولهای بیان شده معادلات سازگاری تغییر مکانها را می‌نویسیم یعنی بین تغییر طولها رابطه ایجاد کرده و مجهولات مانده از معادلات استاتیکی را از این طریق بدست می‌آوریم و براساس نیروهای بدست آمده مجهول صورت سؤال را می‌یابیم.

به طور خلاصه:

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} \sum F_x = ۰ \\ \sum F_y = ۰ \\ \sum M_O = ۰ \end{array}\right\} \text{معادلات تعادل استاتیکی} \\ \text{معادلات سازگاری تغییر مکانها} \end{array}\right\}$$

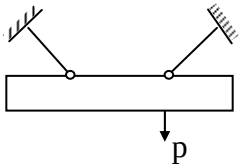
مسائل این فصل را می‌توان به چهار دسته کلی که در کنکور مطرح می‌گردد تقسیم نمود.

۱- اعضای خرپایی ←



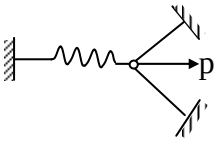
شکل ۱-۸

۲- اعضای خرپایی با اعضای صلب ←



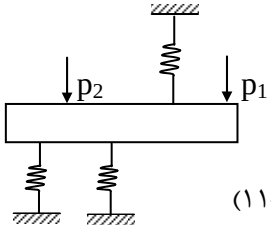
شکل (۱-۹)

۳- اعضای خرپایی با فنر ←



شکل (۱-۱۰)

۴- اعضای صلب با فنر

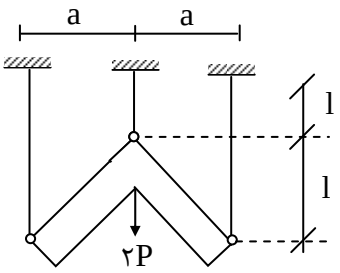


شکل (۱-۱۱)

موارد ۱و۲و۳ به همراه لحاظ شدن حرارت و خطای ساخت نیز می‌توانند مطرح شوند.

البته به غیر از این روش روشهای دیگری در حل تستهای طبقه بندی شده نیز هست که دانشجویان عزیز می‌توانند از آنها نیز استفاده کنند. توجه برای فهم مطالب عنوان شده خواندن مثالهای این بخش الزامی است.

مثال ۱) میله‌ها مشابهند نیروی میله‌ها را بدست آورید.

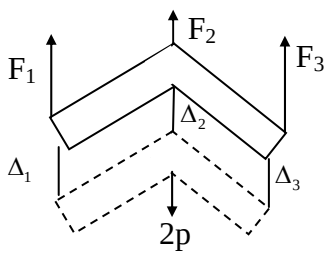


حل:

در این مسئله ۳ مجهول داریم و ۲ معادله تعادل پس سازه یک درجه هیپراستاتیک است. از طرفی سازه متقارن است با توجه به شکل مقابل F_1, F_3 برابرند.

حال با توجه به برابر بودن F_1, F_3 تغییر شکل را رسم می‌کنیم.

معادلات تعادل استاتیکی را می‌نویسیم:



$$\begin{cases} \sum M_{\circ} = \circ \rightarrow F_1 = F_3 \\ \sum Fy = \circ \rightarrow ۲F_1 + F_2 = ۲P \end{cases}$$

چون $F_۱ = F_۳$ و با توجه به اینکه جسم صلب تغییر طول ندارد به همین جهت باید $\Delta_۱ = \Delta_۳$ باشد در غیر این صورت در جسم صلب تغییر زاویه داریم که این محال است و باز به همین دلیل $\Delta_۱ = \Delta_۲$ می‌باشد.

حال با استفاده از فرمول معادلات سازگاری را می‌نویسیم:

با استفاده از فرمول $\delta = \dfrac{FL}{EA}$

$$\Delta_۱ = \Delta_۲ \rightarrow \frac{F_۱L_۱}{E_۱A_۱} = \frac{F_۲L_۲}{E_۲A_۲}$$

$$\xrightarrow[E_۱A_۱ = E_۲A_۲]{L_۲ = \frac{L_۱}{۲}} \frac{F_۱L_۱}{EA} = \frac{F_۲\frac{L_۱}{۲}}{EA} \rightarrow F_۲ = ۲F_۱$$

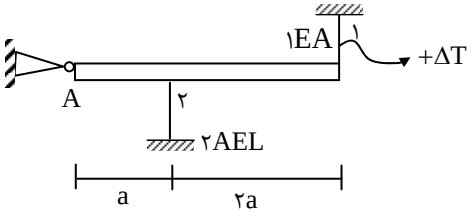
$$\rightarrow F_۱ = \frac{P}{۲} \quad , \quad F_۲ = P$$

نکته: تقریباً در تمام موارد، اگر عضو صلب در شکل داشتیم تغییر مکان رسم می‌کنیم.

یادآوری: در حل مسئله اگر طول میله افزایش یابد در میله کشش می‌افتد و اگر طول میله کاهش یابد سازه در فشار می‌افتد.

نکته: زمانی سازه را متقارن می‌نامیم که از همه لحاظ در طرفین محور تقارن، یکسان باشند. یعنی از نظر جنس مصالح، طول اعضا و نیروها.

مثال ۲) چنانچه میله ۱ را به اندازه ΔT گرم کنیم عکس العمل تکیه‌گاهی مفصلی A کدام است؟

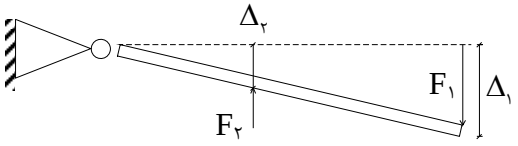


حل:

سازه هیپراستاتیک است. یک عضو آن گرم شده، در اثر گرم شدن عضو افزایش طول پیدا می‌کند لذا باعث دوران عضو صلب حول نقطه‌ای A می‌شود. یعنی حرکت عضو صلب یک حرکت دورانی است اما به علت سهولت در محاسبه حرکت عضو صلب را عمود بر راستای خودش در نظر می‌گیرم. چون عضو صلب داریم تغییر شکل رسم می‌کنیم.

$$\text{معادله سازگاری} \rightarrow \frac{\Delta_۲}{\Delta_۱} = \frac{a}{۳a}$$

$$\rightarrow |\Delta_۲| = \left|\frac{۱}{۳}\Delta_۱\right|$$



$\Delta_۱$ ناشی از نیروی اعمال شده به عضو و تغییر دما است. لذا داریم:

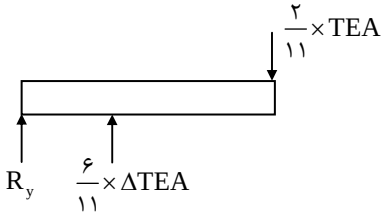
$$\begin{cases} \Delta_۱ = \alpha\Delta TL - \dfrac{F_۱L}{EA} = ۳\Delta_۲ \\ \Delta_۲ = \dfrac{F_۲L}{E_۲A} \end{cases} \quad (I) \quad \rightarrow \frac{۳F_۲L}{۳EA} - \alpha\Delta TL + \frac{F_۱L}{EA} = ۰$$

توجه: وقتی عضو گرم می‌شود می‌خواهد باعث افزایش طول به مقدار $\alpha\Delta TL$ در عضو شود اما نیرویی که در اثر وجود اعضا دیگر در سازه می‌افتد نمی‌گذارد و به اندازه $\frac{F_1L}{EA}$ مقاومت می‌کند به همین علت Δ_1 از رابطه‌ی بالا محاسبه شد.

ضمناً اگر نتوانستید جهت F_1 را حدس بزنید می‌توانید با نوشتن معادله $\sum M_{\circ} = \circ$ جهتش را بدست آورید.

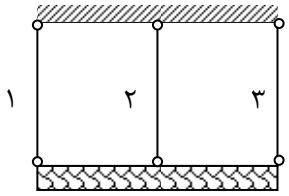
$$\sum M_{\circ} = \circ \rightarrow F_2 \times a = F_1 \times 3a \rightarrow F_2 = 3F_1 \quad (II)$$

$$I, II \rightarrow \begin{cases} F_1 = \frac{2}{11}\alpha\Delta TEA \\ F_2 = \frac{6}{11}\alpha\Delta TEA \end{cases} \rightarrow Ry = \frac{-4}{11}\alpha\Delta TEA$$



مثال۳) سه میله فولادی کاملاً شبیه هم مطابق شکل قرار گرفته‌اید. میله ۲ را 40° گرم می‌کنیم. اگر ضریب انبساطی فولاد $\alpha = 12\times10^{-6}$ و ضریب ارتجاعی $E = 21\times10^{5}$ بار باشد فاصله در میله ۲ برابر چند بار است. (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی- سراسری ۸۱)

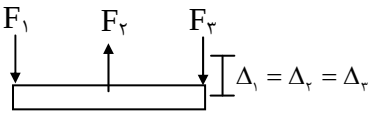
۱) ۶۷۲ ۲) ۶۵۱ ۳) ۶۳۰ ۴) ۷۱۴



حل:

میله ۲ می‌خواهد آزادانه حرکت کند اما میله ۱ و ۳ نمی‌گذارند، لذا می‌توان گفت میله ۲ تحت فشار و میله ۱ و ۳ تحت کشش هستند. از طرفی با توجه به اینکه عضو صلب داریم $\Delta_2 = \Delta_3$ و چون سازه متقارن است $\Delta_1 = \Delta_3$

$$\begin{cases} \sum M_{\circ 1} = \circ \rightarrow F_2 = 2F_3 \\ \sum M_{\circ 2} = \circ \rightarrow F_1 = F_3 \end{cases}$$



معادله تعادل سازگاری $\rightarrow \Delta_2 = \Delta_3 \rightarrow \alpha\Delta TL - \frac{F_2L_2}{E_2A_2} = \frac{F_3L_3}{E_3A_3}$

$$\rightarrow \alpha\Delta TL = \frac{2F_3L}{EA} + \frac{F_3L}{EA} \rightarrow \frac{F_3}{A} = \frac{\alpha\Delta TE}{3}$$

$$\rightarrow \frac{F_2}{A} = \frac{2a\Delta TE}{3} \rightarrow \sigma_2 = \frac{2\times12\times10^{-6}\times40\times21\times10^{5}}{3}$$

$$\sigma_2 = 7200000\,Pa \rightarrow \sigma = 672\,Bar$$

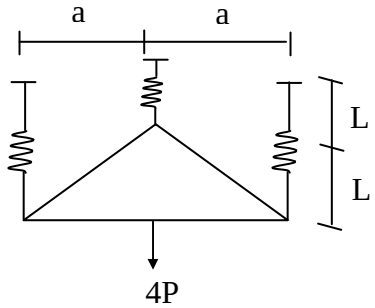
مثال۴) فنرها مشابهند، نیروی فنرها را بیابید:

۱) $\frac{P}{3}$

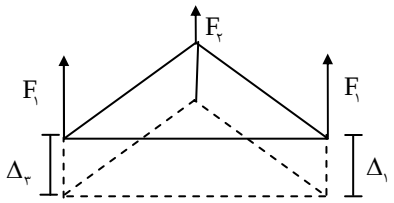
۲) $\frac{4P}{3}$

۳) $\frac{5P}{3}$

۴) $\frac{4P}{5}$



حل:



$$\begin{cases}\Delta_1=\Delta_2 \quad \rightarrow \Delta_1=\dfrac{F_1}{K_1}=\dfrac{F_2}{K_2}\rightarrow F_1=F_2\\ \sum Fy=0\rightarrow 2F_1+F_2=4P\end{cases}$$

$$\rightarrow F_1=F_2=\frac{4P}{3}$$

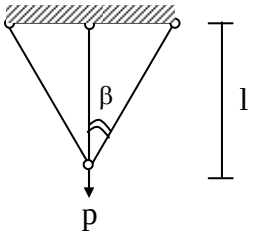
نکته) نیروها به نسبت سختی‌شان بین اعضا تقسیم می‌شوند.

حل مسئله قبل از روش سختی

$$F_1=\frac{K}{K+K+K}\times 4P=\frac{4}{3}P$$

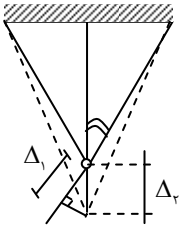
نکته) زمانی می‌توانیم از راه سختی استفاده کنیم که تمام Δها با هم یکی شود و نیرو به صورت متمرکز برگره وارد شده باشد.

مثال۵) در شکل مقابل نیروی میله‌ها کدام است (میله‌ها مشابه هستند)



حل:

برای ترسیم و محاسبه Δ های ناشی از تغییر شکل در نقطه‌ی جدید در نمودار تغییر شکل سازه، بر راستای قبلی میله عمودی می‌کنیم. آنچه در این راستا باقی می‌ماند همان تغییر طول میله می‌باشد.



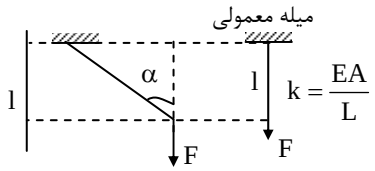
معادله تعادل : $2F_1\cos\beta+F_2=P$

معادله سازگاری: $\Delta_1=\Delta_2\cos\beta\rightarrow\dfrac{F_1L/\cos\beta}{EA}=\dfrac{F_2L}{EA}\cos\beta$

$$\begin{cases}F_1=\dfrac{P\cos^2\beta}{1+2\cos^3\beta}\\ F_2=\dfrac{P}{1+2\cos^3\beta}\end{cases}$$

نکته بسیار مهم) ثابت می‌شود سختی یک میله زاویه‌دار به شکل مقابل از فرمول زیر محاسبه می‌شود.

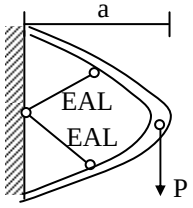
$$K=K_{\text{میله معمولی}}\times\cos^2\alpha=\frac{EA}{L}\times\cos^2\alpha$$



راه حل تستی مسئله قبل)

$$F_2=\frac{EA/L}{EA/L+\dfrac{2EA}{(L/\cos\beta)}\times\cos^2\beta}\times P=\frac{P}{2\cos^3\beta+1}$$

مثال۶) نیروی میله‌ها کدام است؟

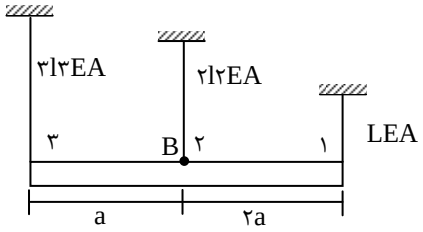


حل: با توجه به اینکه جسم صلب تغییر طول نمی‌دهد. پس میله‌ها هم تغییر طول ندارند و تمام نیرو توسط جسم صلب تحمل می‌گردد و هیچ نیرویی به میله‌ها نمی‌رسد. یعنی نیروی میله‌ها صفر است.

نکته: می‌دانیم سختی عضو صلب بی‌نهایت است یعنی EA صلب نهایت است پس:

$$\text{صلب } \delta = \frac{FL}{EA} \xrightarrow{EA\to\infty} \delta = 0$$

مثال ۷) میله وسط را به اندازه‌ی $2\Delta T$ گرم می‌کنیم. تغییر مکان نقطه‌ی B کدام است؟



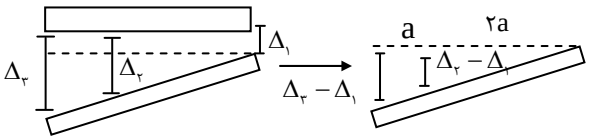
حل: با توجه به اینکه میله ۲ می‌خواهد افزایش طول دهد میله ۱ و ۲ مخالفت می‌کنند پس میله ۲ تحت فشار و میله ۱ و ۲ تحت کشش می‌افتند.

$$\left.\begin{array}{ll}\sum M_{o_2} = 0 \to F_3 \times a = F_1 \times 2a \to F_3 = 2F_1 \to F_3 > F_1 & (I)\\ \sum Fy = 0 \to F_1 + F_3 = F_2 & (II)\end{array}\right\} \to F_2 = 3F_1$$

با توجه به اینکه نیروی F_3 از F_1 بیشتر است پس تغییر طول F_3 از تغییر طول F_1 بیشتر است. پس داریم:

$$\to \frac{\Delta_3 - \Delta_1}{\Delta_2 - \Delta_1} = \frac{3a}{2a}$$

$$\Delta_3 - \Delta_1 = \frac{3}{2}(\Delta_2 - \Delta_1) \qquad (III)$$

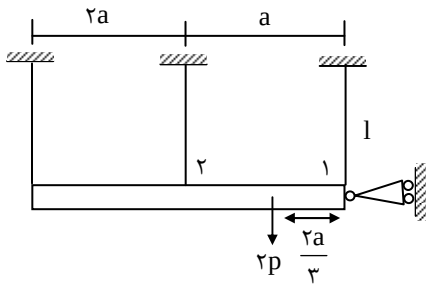


$$\Delta_3 = \frac{F_3 L_3}{EA_3} \quad , \quad \Delta_2 = \alpha(2\Delta T)(2L) - \frac{F_2 L_2}{2EA}$$

$$\Delta_1 = \frac{F_1 L_1}{EA_1} = \frac{F_1 L_1}{EA} \to \Delta_3 = \frac{2F_1 \times 3L_1}{E3A} = \frac{2F_1 L_1}{EA} \ , \ \Delta_2 = \frac{3F_1 2L_1}{E2A} = \frac{3F_1 L_1}{EA}$$

$$I, II, III \ \Delta_2 = \frac{10}{7}\alpha \Delta T EA$$

مثال ۸) میله‌ها مشابهند اگر هر سه میله را به اندازه $2\Delta T$ افزایش دهیم فقط نیروی ناشی از این تغییر دما در میله ۳ کدام است؟



۱) $\frac{2P}{AL}$ ۲) $\frac{3P}{2AL}$

۳) $\frac{5P}{3AL}$ ۴) صفر

حل:

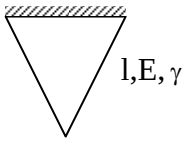
اگر دما را زیاد کنیم این سه میله آزادانه حرکت می‌کنند لذا در اثر تغییر دما نیرویی در این سه میله نمی‌افتد. لذا گزینه ۴ صحیح است.

مثال ۹) این میله مخروطی است، تغییر طول ناشی از وزن این میله چقدر است؟

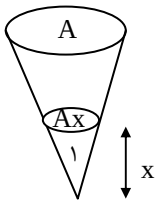
۱) $\frac{5\gamma L^2}{6E}$ ۲) $\frac{7\gamma L^2}{3E}$ ۳) $\frac{\gamma L^2}{6E}$ ۴) $\frac{\gamma L^2}{6E}$

حل:

δ ناشی از وزن $= \int \frac{w_{(x)}d_{(x)}}{A_{(x)}E}$ (به عنوان یک فرمول حفظ شود)



$W_{(x)} = \frac{\frac{1}{3}A_{(x)}X}{\frac{1}{3}\times A\times L}\times W \rightarrow$ وزن به نسبت حجم بدست می‌آید

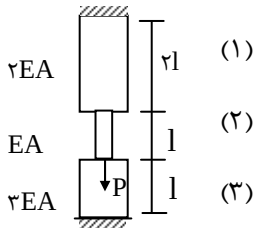


$W = \gamma \times \frac{1}{3}A.L = \frac{1}{3}\gamma A_{(x)}X$

δ وزن $\int_{0}^{L}\frac{\frac{1}{3}\gamma.xdx}{E} = \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{5L_2}{E} = \frac{5\gamma L^2}{6E}$

مثال ۱۰) عکس العمل‌های تکیه‌گاهی را محاسبه نمایید:

حل:

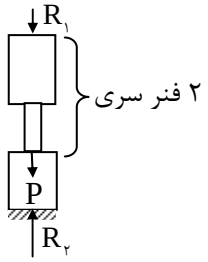


روش اول: $\rightarrow$ $\begin{cases} \text{سازگاری} = \delta_1+\delta_2+\delta_3 = 0 \\ \text{تعادل} = \sum Fy = 0 \rightarrow R_1+R_2 = P \end{cases}$

همانطور که می‌بینید محاسبه موارد فوق عملیات بسیار زیادی دارد. ما می‌توانیم از روش سختی استفاده کنیم.

نیروی بوجود آمده در عضو ۱ و ۲ با هم یکی است پس می‌توانیم آنها را به فنر سری معادل کنیم.

$K_2 = \frac{EA}{L}$, $\rightarrow$ در میله‌ی ۱ و۲ $\rightarrow \frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1}+\frac{1}{K_2} \rightarrow K_1 = \frac{2EA}{2L} = \frac{EA}{L}$

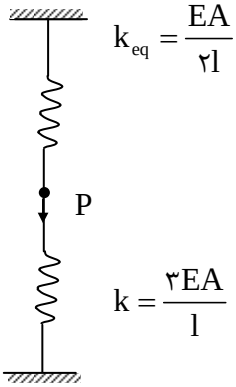


$K_{eq1.2} = \frac{EA}{2L}$

حال عضو جدید معادل با عضو ۳ با هم به فنر موازی معادل می‌شوند چرا که تغییر طولهای مساوی دارند. پس:

$k_{eq} = \frac{EA}{2l}$

$R_3 = \frac{\frac{3EA}{L}}{3\frac{EA}{L}+\frac{EA}{2L}}\times P \rightarrow R_3 = \frac{6}{7}P$ نیروی موجود در عضو ۳



$R_1 = \frac{1}{7}P$ $\qquad$ $R_2 = \frac{6}{7}P$

یادآوری: اگر در دو عضو نیروها برابر باشند فنر معادل را سری فرض می‌کنیم و اگر تغییر طولها یکی باشند فنر معادل را موازی فرض می‌کنیم. البته این به شرطی است که فقط نیروی متمرکز و فقط اعمال شده برگره داشته باشیم.

خلاصه فصل

سازه‌ی هیپر استاتیک یا نامعین سازه‌ای است که در آن تعداد مجهولات بیش از معادلات است.

در صورت وجود نیروی محوری در یک عضو دو سر مفصل، تغییر طول برابر است با: $\Delta = \frac{PL}{EA}$

P :نیروی محوری L : طول عضو E : مدول الاستیسیته A : سطح مقطع عضو

تحلیل سازه ← معین ← با استفاده از معادلات تعادل استاتیکی (در صورت وجود عضو صلب، رسم تغییر شکل نیز کمک می‌کند)

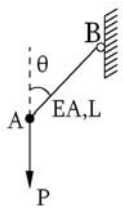
← نامعین ← با استفاده از معادلات کمکی، رسم تغییر شکل سازه، روش معادل سازی با فنر

در روش معادل سازی با فنر توجه می‌کنیم که ۱- بار به صورت متمرکز گره‌ای وارد شده باشد ۲- فنرها موازی باشند (اعضا یعنی تغییر طول‌های یکسانی داشته باشند. $F_i = \frac{k_i}{\Sigma k_i} \times P$

در این حالت کل فنرهای موازی معادل با فنر معادل هستند: $k_{eq} = k_1 + k_2 + \cdots + k_n$

اگر نیرو در فنرها مساوی باشد ← فنرها سری نامیده می‌شوند: $F_1 = F_2 = \cdots P \quad \Delta_t = \Delta_1 + \Delta_2 + \cdots + \Delta_n$

سختی عضو مایل: $k = \frac{EA}{L}(\cos\theta)^2$



نیروی موجود در عضو مایل در اثر P : $F = \frac{P}{\cos\theta}$

سازه‌ی نامعینی که تحت اثر خطای ساخت و تغییر درجه‌ی حرارت قرار دارد دارای تغییر طولی برابر با: $\Delta L = \pm\alpha L\Delta T \pm \frac{PL}{EA}$

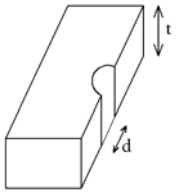
P : نیروی محوری وارد بر عضو، L :طول عضو α; ضریب انبساط حرارتی ΔT : تغییر دما

تنش قائم: نیروی وارد بر واحد سطح: $\sigma = \frac{P}{A}$ که واحد آن $\frac{N}{m^2}$ یا pa می‌باشد.

تنش برشی: نیروی مماس بر واحد سطح: $\tau = \frac{F_{\text{مماسی}}}{A}$

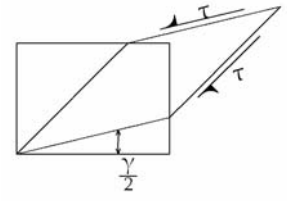
تنش لهیدگی: تنش ایجاد شده در سطح تماس اعضای یک اتصال و یا سطح تکیه‌گاه اعضا

$$\sigma_b = \frac{P}{A} = \frac{P}{td}$$



کرنش: تغییر طول به طول کلی عضو که عبارتست از: $\varepsilon = \frac{\delta}{L}$

کرنش برشی: $\tau = G\gamma$ که Gمدول برشی و γ زاویه‌ی تغییر یافته (فاقد دیمانسیون) است.



ضریب پواسون: $\nu = \frac{\text{کرنش جانبی}}{\text{کرنش محوری}}$

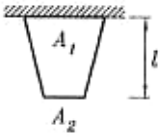
قانون هوک: فرمول $\sigma = E\varepsilon$ به پیشنهاد رابرت هوک که σ : تنش، ε :کرنش و E : مدول الاستیسیته است.

سؤالات چهار گزینه‌ای فصل اول

۱- ضریب پواسون چقدر باشد تا مدول یانگ (E) و مدول برشی (G) برابر شوند؟

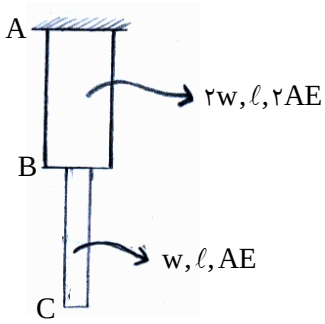
۱) ۰
۲) $\frac{۱}{۴}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) به ازای هیچ مقداری این دو ضریب با یکدیگر برابر نمی‌شوند.

۲- مطابق شکل زیر یک میله تقارن با سطح مقطع متغیر خطی و ضخامت ثابت به وزن W تحت اثر وزن خود قرار دارد. هرگاه $\Delta, A = \frac{A_۱ + A_۲}{۲}$ تغییر مکان انتهای میله باشد کدام گزینه در مورد Δ صحیح است؟ $(A_۱ > A_۲)$



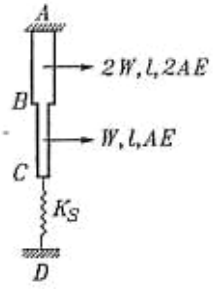
۱) $\Delta < \frac{Wl}{۲AE}$
۲) $\Delta > \frac{Wl}{۲AE}$
۳) $\Delta = \frac{Wl}{۲AE}$
۴) $\Delta = \frac{Wl}{AE}$

۳- در میله داده شده تغییر مکان B چقدر است؟



۱) $\frac{Wl}{۲AE}$
۲) $\frac{۳Wl}{۴AE}$
۳) $\frac{Wl}{AE}$
۴) $\frac{۳Wl}{۲AE}$

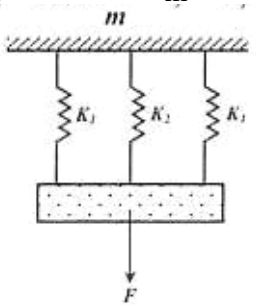
۴- در سازه زیر نیروی فنر چقدر است ؟ $\left(K_s = \frac{۲AE}{l}\right)$



۱) $\frac{۱}{۳}W$
۲) $\frac{۱}{۲}W$
۳) $\frac{۳}{۴}W$
۴) W

۵- شکل مقابل یک گروه فنر را به طور موازی به هم وصل شده‌اند نشان می‌دهد. اگر نیروی وارده N ۶۶۷ و فنرها دارای سختی زیر باشند، افزایش طول را محاسبه کنید. (مهندسی- مکانیک- سراسری۷۱)

$K_1 = ۵۲۵۰\frac{N}{m}$, $K_2 = ۷۰۰۰\frac{N}{m}$, $K_3 = ۸۷۵۰\frac{N}{m}$



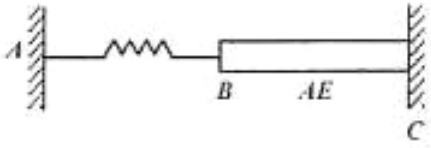
۱) ۷۶ mm

۲) ۳۰۰ mm

۳) ۳۱/۷۵ mm

۴) ۱۲/۷ mm

۶- تیر BC به طول L با ضریب طول L با ضریب انبساط حرارتی α و فنر AB با سختی K مطابق شکل به هم متصل شده‌اند. اگر درجه حرارت تیر به اندازه T افزایش یابد تغییر مکان نقطه B برابر است با: (مهندسی مکانیک- سراسری ۷۱)



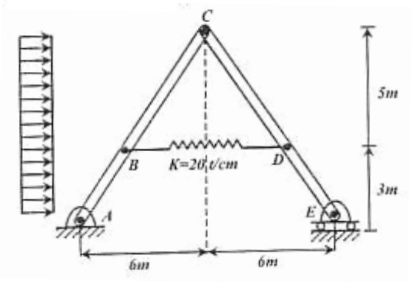
۱) $\frac{\alpha L\Delta T}{۱+\frac{KL}{AE}}$

۲) $\frac{\alpha L\Delta T}{۲+\frac{KL}{AE}}$

۳) $\frac{\alpha L\Delta T}{۳+\frac{KL}{AE}}$

۴) $\frac{\alpha L\Delta T}{۴+\frac{KL}{AE}}$

۷- اعضای خمشی AC و CE در نقطه C توسط مفصل به یکدیگر متصل شده‌اند، در صورتیکه نقاط D,B مطابق شکل توسط فنری به سختی k =۲۰t / cm به یکدیگر اتصال یابند و سازه تحت اثر نیروی گسترده به شدت بار ۱۲t/m مطابق شکل قرار گیرد، تغییر مکان فنر برابر است با: (مهندسی عمران- سراسری ۷۲)



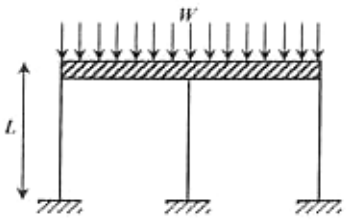
۱) ۴ سانتی متر ازدیاد طول

۲) ۱/۵۷ سانتی متر کاهش طول

۳) ۱/۹۲ سانتی متر ازدیاد طول

۴) فنر تغییر مکانی نخواهد داشت.

۸- سه ستون با سطح مقطع و مدول الاستیسیته و طول مشابه، بار کل W را از طریق یک قطعه صلب مانند، شکل حمل می‌کند. سهم ستون میانی در حمل کل بار چقدر است؟ (در شرایط الاستیک پایدار) (مهندسی عمران- سراسری ۷۴)



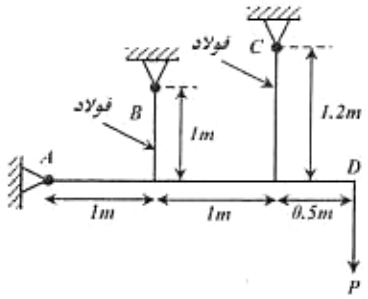
۱) $\frac{۱}{۳}$

۲) نصف

۳) بیشتر از نصف

۴) هیچکدام

۹- برای سیستم نشان داده شده در نتیجه اعمال بار P کرنش در میله C برابر ۵×۱۰^{-۴} حاصل گردیده است . میـزان تنش ایجاد شده در میله B برابر چند $\frac{N}{mm^۲}$ است؟ $\left(E=۲\times۱۰^{۵}\frac{N}{mm^۲}\right)$



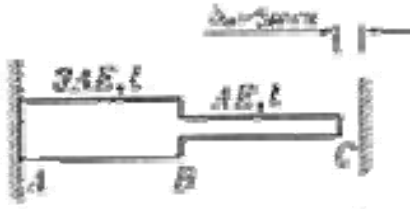
۱) ۶۰

۲) ۱۰۰

۳) ۱۲۰

۴) ۲۴۰

۱۰- در سازه داده شده اگر دمای میله‌های AB و BC به ترتیب به اندازهٔ $۲۵^{\circ}C,۵۰^{\circ}C$ افزایش پیدا کند تنش در میلـه AB چقدر خواهد شد؟ $\left(\alpha=۸\times۱۰^{-۵}/^{\circ}C\,,\,l=۱m,E=۲\times۱۰^{۶}kg/cm^۲\right)$



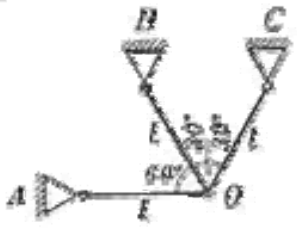
۱) $۵۰۰kg/cm^۲$

۲) $۱۰۰۰kg/cm^۲$

۳) $۱۵۰۰kg/cm^۲$

۴) ۰

۱۱- در خرپای زیر اگر دمای میله‌های OA , OB به ترتیب به میزان $\Delta T,۲\Delta T$ کاهش یابد و دمای میله OC به میزان ΔT افزایش یابد چه نیرویی در میله OA بوجود می‌آید؟ (ضریب انبساط حرارتی اعضا α می‌باشد و $AE=const$)



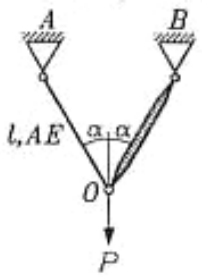
۱) $AE\alpha\Delta T$

۲) $\frac{۴}{۳}AE\alpha\Delta T$

۳) $۲AE\alpha\Delta T$

۴) ۰

۱۲- در خرپای زیر که عضو OB صلب است تغییر مکان افقی و قائم مفصل O بترتیب چقدر است؟



۱) $\frac{Pl}{۲AE\cos^۲\alpha},\frac{Pl}{۲AE\sin\alpha\cos\alpha}$

۲) $\frac{Pl}{۴AE\cos^۲\alpha},\frac{Pl}{۴AE\sin\alpha\cos\alpha}$

۳) $\frac{Pl}{۲AE\sin\alpha\cos\alpha},\frac{Pl}{۲AE\cos^۲\alpha}$

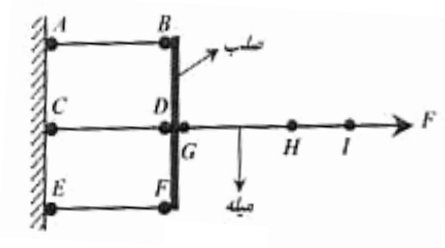
۴) $\frac{Pl}{۴AE\sin\alpha\cos\alpha},\frac{Pl}{۴AE\cos^۲\alpha}$

۱۳- تغییر مکان نقطه I را بیابید.

سطح مقطع میله AB, CD = ۲a

سطح مقطع میله EF = ۴a

سطح مقطع میله‌های دیگر = a



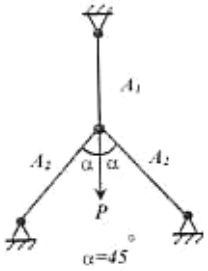
۱) $\frac{۲۲PL}{۶۹aE}$

۲) تغییر نمی‌کند.

۳) $\frac{۶۹PL}{۲۲aE}$

۴) $\frac{۸۳PL}{۲۲aE}$

۱۴- سه میله نشان داده شده دارای سطح مقطع A_1, A_2 مطابق شکل می‌باشند. جنس هر سه میله یکی است. در صورتیکه نیروی داخلی و طول هر سه میله یکسان باشد، نسبت $\frac{A_2}{A_1}$ برابر کدام است؟ (مهندسی عمران- سراسری ۷۸)



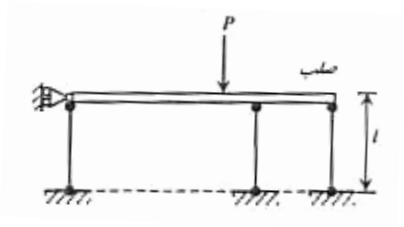
۱) ۲

۲) $\sqrt{2}$

۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۴) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

۱۵- در شکل زیر میله افقی صلب و میله‌های قائم از یک جنس می‌باشند. اگر درجه حرارت هر سه میله قائم بطور مساوی تغییر کند کدام عبارت در مورد سازه درست است. (مهندسی عمران- سراسری ۷۸)



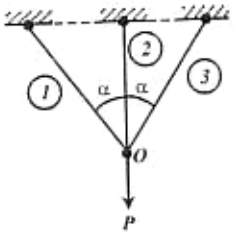
۱) سازه ایزواستاتیک است ولی در این مورد خاص تنش میله‌ها تغییر می‌کند.

۲) سازه ایزواستاتیک است و بهمین دلیل تنش میله‌ها تغییر نمی‌کند.

۳) سازه هیپراستاتیک است و مانند هر سازه هیپراستاتیک با تغییر درجه حرارت تنش میله‌ها تغییر می‌کند.

۴) سازه هیپراستاتیک است ولی با تغییر حرارت تنش‌ها تغییر نمی‌کند.

۱۶- در شکل روبرو جنس میله‌ها یکی است و $A_1 < A_2 < A_3$ زیر اثر نیروی قائم P حرکت نقطه O در چه جهتی می‌باشد؟ (مهندسی عمران- سراسری ۷۸)



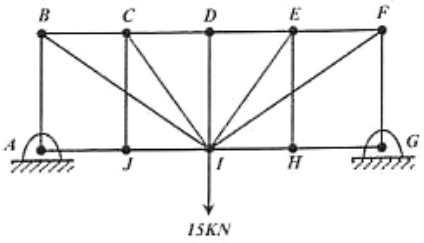
۱) به سمت پایین

۲) به سمت چپ

۳) به سمت چپ

۴) به سمت راست و پایین

۱۷- داربست شکل مقابل از فولاد است و تنش کشش مجاز فولاد ۱۲۵۰ بار می‌باشد، اگر $AJ = JI = 3m, AB = 2m$ باشد، سطح مقطع میله CD چند cm^2 است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی- سراسری ۷۸)



۱) ۱/۲۵

۲) ۱/۸

۳) ۲/۴۵

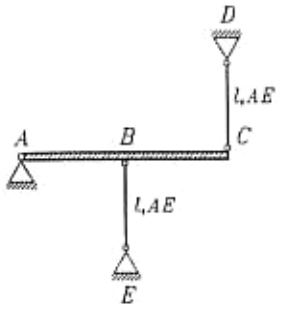
۴) ۴/۲

۱۸-عکس العمل‌های بار وارده در شکل زیر در محل تکیه‌گاهها کدام است؟ (سطح و ضریب الاستیسیته در طول تیر ثابت است) (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی- سراسری ۷۸)

۱) $R_۲ = \frac{PL_۲}{L_۱ + L_۲}$ $\quad R_۱ = \frac{PL_۱}{L_۱ + L_۲}$ ۲) $R_۲ = \frac{PL_۲}{L_۱}$ $\quad R_۱ = \frac{PL_۱}{L_۲}$

۳) $R_۳ = \frac{P(L_۱ + L_۲)}{L_۱}$ $\quad R_۱ = \frac{P(L_۱ + L_۲)}{L_۲}$ ۴) $R_۳ = \frac{PL_۱}{L_۱ + L_۲}$ $\quad R_۱ = \frac{PL_۲}{L_۱ + L_۲}$

۱۹- در سازه زیر که به علت خطای ساخت، عضو CD به اندازه $\Delta_\circ$ کوتاهتر ساخته شده است، نیروی کشش ایجاد شده در این عضو پس از نصب سازه چقدر است؟ $(AB = BC = l)$



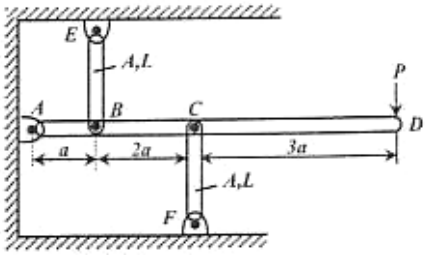
۱) $\frac{AE\Delta_\circ}{۵l}$

۲) $\frac{۲AE\Delta_\circ}{۵l}$

۳) $\frac{۳AE\Delta_\circ}{۵l}$

۴) $\frac{۴AE\Delta_\circ}{۵l}$

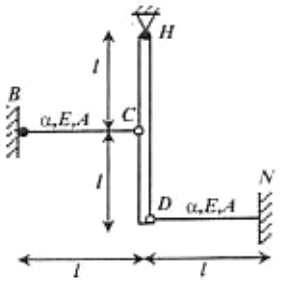
۲۰- میلهٔ صلب ABCD که در نقطه A لولا است، در نقاط C,B توسط دو میله الاستیک BE , CF که به دیواره‌های بالا و پایین وصل شده و در انتهای D بار P را تحمل می‌کند. با فرض اینکه دو میله BE , CF از یک جنس، با طول و سطح مقطع یکسان باشند (دو میله همسان)، نسبت قدر مطلق تنش دو میله کدام است؟ (با صرفنظر از کمانش) (مهندسی مکانیک- سراسری ۸۰)



۱) $\frac{\sigma_{BE}}{\sigma_{CF}} = \frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{\sigma_{BE}}{\sigma_{CF}} = \frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{\sigma_{BE}}{\sigma_{CF}} = ۳$ ۴) $\frac{\sigma_{BE}}{\sigma_{CF}} = ۱$

۲۱- در شکل مقابل میله صلب HD توسط میله‌های مشابه DN, BC نگهداری شده است. اگر درجه حرارت میله BC به اندازه $+\Delta T$ افزایش یابد. عکس العمل تکیه‌گاه H ، کدام است؟ (مهندسی عمران- سراسری ۸۰)



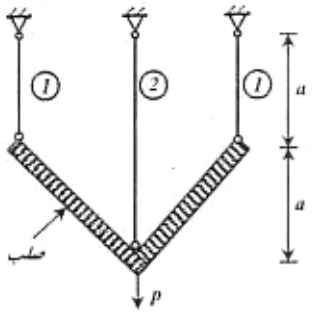
۱) $H_x = ۰/۴\,\Delta T\,E\,A\alpha$

۲) $H_x = ۰/۵\Delta TEA\alpha$

۳) $H_x = \Delta TEA\alpha$

۴) $H_x = ۲\Delta TEA\alpha$

۲۲- جنس میله‌های ۱ و ۲ یکسان و سطح مقطع آنها مساوی است. زیرا اثر بار P نیروهای $(F_۲, F_۱)$ وارد بر میله‌های (۱) و (۲) چقدر است؟



۱) $F_۱ = F_۲ = \frac{P}{۳}$

۲) $F_۱ = ۰, F_۲ = P$

۳) $F_۱ = \frac{P}{۴}, F_۲ = \frac{P}{۲}$

۴) $F_۱ = ۰/۴P, F_۲ = ۰/۲P$

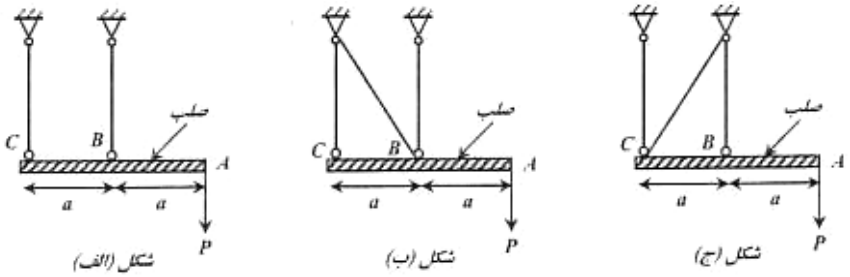
۲۳- در سه شکل زیر، میله‌ها همه از یک جنس و یا یک سطح مقطع می‌باشند. کدام عبارت در مورد تغییر مکان نقطه A زیر اثر بار P ، صادق است؟

۱) در هر سه شکل نقطهٔ A فقط به طرف پایین تغییر مکان می‌دهد.

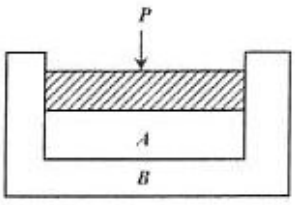
۲) در شکل الف نقطهٔ A تغییر مکان افقی ندارد و تغییر مکانهای افقی نقطهٔ A در دو شکل دیگر مخالف همدیگر است.

۳) در شکل الف نقطه A فقط تغییر مکان بطرف پایین دارد و در دو شکل دیگر نقطه A بطرف پایین و بطرف چپ حرکت می‌کند.

۴) در شکل الف نقطه A تغییر مکان افقی دارد و در دو شکل دیگر که میله مایل وجود دارد و مانند بادبند عمل می‌کند نقطه A تغییر مکان افقی ندارد.



۲۴- میله‌ای به طول L و با ضریب انبساطی حرارتی α را در نظر بگیرید و به اندازه ΔT حرارت می‌دهیم. تنش برش ماکزیمم آن عبارت است از:



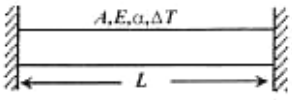
۱) $\tau_{max} = ۲\alpha\Delta T$

۲) $\tau_{max} = \alpha\Delta TE$

۳) $\tau_{max} = \frac{۱}{۲}\alpha\Delta TE$

۴) $\tau_{max} = \frac{۱}{۴}\alpha\Delta TE$

۲۵- سیلندر لاستیکی A در داخل استوانه فولادی صلب با سطح مقطع $۰/۰۱m^۲$ قرار دارد. اگر نیروی وارده بر سیلندر لاستیکی برابر با P =۱۰ KN باشد فشار موجود بین سیلندر لاستیکی و استوانه فولادی برابر است با: (ضریب پواسون $\upsilon = ۰/۴۵$ می‌باشد)



۱) ۰/۴۵ Mpa

۲) ۰/۸۲ Mpa

۳) ۱/۰ Mpa

۴) ۰/۵۵ Mpa