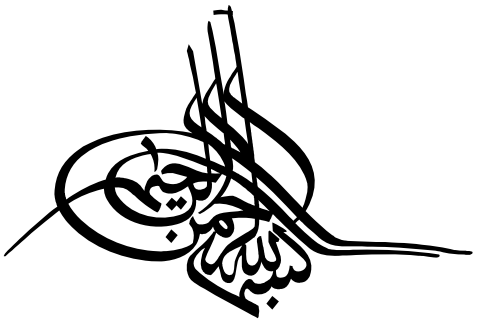


تحلیل سازه و مقاومت مصالح

مجموعه عمران

دکتری

مؤلف: فواد مهاجری

حمید محمدنژاد

مهاجری، فواد، محمدنژاد، حمید
تحلیل سازه و مقاومت مصالح/ مجموعه عمران / فواد مهاجری، حمید محمد نژاد
مشاوران صعود ماهان: ۱۴۰۱
۲۸۲ ص: جدول، نمودار (آمادگی آزمون دکتری عمران)
ISBN: 978-600-458-670-2
فهرستنویسی بر اساس اطلاعات فیپا.
فارسی ـ چاپ اول
۱- تحلیل سازه و مقاومت مصالح
فواد مهاجری، حمید محمدنژاد
ج ـ عنوان
رده بندی کنگره: LB ۲۳۵۳ / ۳ ت ۹ م
رده‌بندی دیویی ۳۷۸/۱۶۶۴
کتابخانه ملی ایران ۲۵۸۸۴۹۵

انتشارات مشاوران صعود ماهان

موسسه آموزش عالی آزاد ماهان
www.mahan.ac.ir

❐ نام کتاب: ..... تحلیل سازه و مقاومت مصالح
❐ مولف: ..... فواد مهاجری، حمید محمدنژاد
❐ مدیران مسئول: ..... هادی و مجید سیّاری
❐ مسئول تولید: ..... سمیه بیگی
❐ ناشر: ..... مشاوران ماهان
❐ نوبت و تاریخ چاپ: ..... چاپ اول/۱۴۰۱
❐ تیراژ: ..... ۱۰۰۰ نسخه
❐ قیمت: ..... ۲/۴۹۰/۰۰۰ ریال
❐ شابک: ISBN۹۷۸-۶۰۰-۴۵۸-۶۷۰-۲

انتشارات مشاوران صعود ماهان:تهران ـ خیابان ولیعصر، بالاتر از تقاطع ولیعصر مطهری، پلاک ۲۰۵۰
تلفن: ۸۸۱۰۰۱۱۳ و ۸۸۴۰۱۳۱۳

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به موسسه آموزش عالی آزاد ماهان می‌باشد. و هرگونه اقتباس و کپی‌برداری از این اثر بدون اخذ مجوز پیگرد قانونی دارد.

مقدمه ناشر

بنام خدا

ایمان دارم که هر تغییر و تحول بزرگی در مسیر زندگی بدون تحول معرفت و نگرش میسر نخواهد بود. پس بیایید با اندیشه توکل، تفکر، تلاش و تحمل در توسعه دنیای فکریمان برای نیل به آرامش و آسایش توأمان اولین گام را برداریم. چون همگی یقین داریم دانایی، توانایی می‌آورد.

شاد باشید و دلی را شاد کنید

برادران سیاری

مقدمه مولف

دوره دکتری تخصصی عالی‌ترین دوره آموزشی می‌باشد که زیربنای رشد و توسعه صنعت و اقتصاد کشور را فراهم می‌کند. بر این اساس، در تصمیم‌گیری‌های کلان کشور در طی سال‌های اخیر، رویکرد ویژه‌ای نسبت به این دوره اتخاذ شده است. گسترش دوره‌های تحصیلات، تکمیلی (کارشناسی ارشد و دکتری تخصصی)، هم از لحاظ کیفی و هم از لحاظ کمی، خود گواهی بر این مدعا است.

بنابراین با رویکرد ویژه مؤسسه آموزش عالی آزاد ماهان، در جهت فراهم کردن بستری مناسب برای داوطلبان ورود به مقطع دکتری، کتاب تحلیل سازه‌ها مخصوص آزمون ورودی دکتری تخصصی مهندسی عمران (گرایش‌های سازه و زلزله) توسط مؤلفین به رشته تحریر درآمده است. در این کتاب سعی شده است که با ادبیاتی ساده و روان و در طی یک توالی مناسب، موضوع‌های اساسی مطرح در حوزه تحلیل سازه‌ها مورد بررسی قرار گیرند. از آنجا که هیچ اثری عاری از خطا و اشتباه نیست، این کتاب نیز از این قاعده مستثنی نمی‌باشد. بنابراین مشتاقانه چشم به راه پیشنهادات موشکافانه اساتید بزرگوار و دانشجویان عزیز هستیم.

فواد مهاجری[1]

حمید محمد نژاد[2]

.

[1] -Foadmohajeri@gmail.com
[2] hamidmnezhad@yahoo.com

فهرست مطالب

فصل اول:کلیات

۱-۱-مقدمه ۱۳
۱-۲-انواع سیستم‌های سازه‌ای ۱۳
۱-۳-انواع تکیه‌گاه‌ها ۱۴
۱-۴-انواع اتصالات ۱۶

فصل دوم: پایداری و درجه نامعینی سازه‌ها

۲-۱-تعادل استاتیکی سازه ۱۷
۲-۲- پایداری و ناپایداری سازه ۱۷
۲-۳-ارتباط پایداری و تعادل سازه ۱۸
۲-۴-شرایط پایداری سازه ۱۸
۲-۵- قوانین ترکیب اجسام صلب در صفحه ۱۹
۲-۵-۱- ترکیب یک گره و یک جسم صلب ۱۹
۲-۵-۲- ترکیب پایدار دو جسم صلب ۱۹
۲-۵-۳- ترکیب پایدار سه جسم صلب ۲۰
۲-۶- روابط شرطی ۲۱
۲-۷- سازه‌های معین و نامعین استاتیکی ۲۳
۲-۸- خرپا ۲۴
۲-۸-۱- خرپای ساده ۲۴
۲-۸-۲-خرپای مرکب ۲۵
۲-۸-۳-خرپای بغرنج ۲۵
۲-۹-درجه نامعینی خرپا ۲۵
۲-۱۰- درجه نامعینی قاب‌ها ۲۷

فصل سوم: تغییر شکل سازه‌های معینی

۳-۱- مقدمه ۲۹
۳-۱-۱-منحنی ارتجاعی تغییر شکل ۲۹
۳-۱-۲- انواع روش‌های محاسبه تغیر شکل سازه‌ها ۳۰
۳-۲- روشهای هندسی محاسبه تغییر شکل سازه‌ها ۳۰
۳-۲-۱- روش انتگرال‌گیری مستقیم ۳۰
۳-۲-۲-حل تیرهای نامعین به روش انتگرال‌گیری مستقیم ۳۷
۳-۲-۳- روش لنگر سطح ۳۸
۳-۲-۴- حل تیرهای نامعین به روش لنگر سطح ۴۴
۳-۲-۵- روش بار الاستیک ۴۴
۳-۲-۶- روش تیر مزدوج ۴۹
۳-۲-۷- حل تیرهای نامعین به روش تیر مزدوج ۵۶
۳-۳- روش‌های انرژی محاسبه تغییر شکل سازه‌ها ۵۷
۳-۳-۱- معرفی ۵۷
۳-۳-۲- انرژی کرنشی ۵۷
۳-۳-۳- روش کار حقیقی ۶۱
۳-۳-۴- روش کاستیگلیانو ۶۴
۳-۳-۵- روش کار مجازی ۶۷

فصل چهارم: خطوط تأثیر سازه‌های معین استاتیکی

۴-۱- مقدمه ۷۳
۴-۲- رسم خطوط تأثیر در سازه‌ها ۷۴
۴-۳- رسم خطوط تأثیر سازه‌ها با استفاده از اصل مولر ـ برسلاو ۷۷

فصل پنجم: تحلیل سازه‌های نامعین استاتیکی

۵-۱- مقدمه ۸۳
۵-۲- روش‌های تحلیل سازه‌های نامعین ۸۴
۵-۳- روش‌های نیرویی ۸۴
۵-۴-تحلیل خرپاهای نامعین به روش‌های نیرویی ۹۳
۵-۵- روش کار حداقل ۹۷

فهرست مطالب

۵-۶- تحلیل سازه‌های نامعین به روش سیب ـ افت ۱۰۰
۵-۷- رابطه شیب ـ افت اصلاح شده ۱۰۳
۵-۸-تعیین درجات آزادی ۱۰۶
۵-۹-تحلیل سازه‌های نامعین به روش توزیع لنگر ۱۰۹
۵-۱۰- شرح کلی روش توزیع لنگر ۱۱۱
فصل ششم: تحلیل سازه‌ای متقارن
۶-۱-مقدمه ۱۱۷
۶-۲-سختی مؤثر ۱۱۸
۶-۳- استفاده از تقارن مستقیم در سازه‌ها ۱۱۹
۶-۴- استفاده از تقارن معکوس در سازه‌ها ۱۲۱
۶-۵- بارگذاری نامتقارن ۱۲۲
فصل هفتم: تنش و کرنش
۷-۱) بارگذاری سازه ۱۲۷
۷-۲) تنش ۱۲۷
۷-۳) توزیع تنش قائم در مقطع ۱۲۸
۷-۴) تنش برشی یا مماسی ۱۲۹
۷-۵) کرنش ۱۳۰
۷-۶) قانون هوک ۱۳۱
۷-۷) اثر پواسن ۱۳۱
۷-۸) تعمیم قانون هوک ۱۳۲
۷-۹) کرنش حجمی ۱۳۲
۷-۱۰) اثر حرارت در المان‌ها ۱۳۳
۷-۱۱) آزمایش کشش ساده فولاد نرمه ساختمانی ۱۳۴
۷-۱۲) اثر بوشینگر ۱۳۵
۷-۱۳) ضریب فنریت ۱۳۵
۷-۱۴) طاقت مصالح ۱۳۶
۷-۱۵) اصل جمع آثار قوا ۱۳۷
۷-۱۶) طبقه‌بندی مصالح از لحاظ ساختار مواد برای مشخصات مکانیکی ۱۳۷
۷-۱۷) تبدیلات تنش ۱۳۷
۷-۱۸) دایره موهر تنش ۱۴۰
۷-۱۹) کرنش در یک نقطه ۱۴۵
۷-۲۰) تنش و کرنش سه بعدی ۱۴۷
۷-۲۱) معیارهای تسلیم ۱۵۰
۷-۲۲) تنش در پوسته‌های جدار نازک ۱۵۲
سؤالات و پاسخهای فصل اول ۱۵۴
فصل هشتم: تحلیل سازه‌های میله‌ای .....
۸-۱) مقدمه ۱۶۱
۸-۲) سیستم فنرهای موازی ۱۶۲
۸-۳) سیستم فنرهای سری ۱۶۳
۸-۴) تحلیل میله‌های مرکب (چند ماده‌ای) ۱۶۴
۸-۵) اثر وزن میله ۱۶۹
۸-۶) اثر حرارت ۱۷۰
۸-۷) اثر حرارت در صفحات ۱۷۳

سؤالات و پاسخهای فصل دوم **۱۷۴**
فصل نهم: مقاطع تحت خمش.....
۹-۱) مقدمه ۱۷۹
۹-۲) خمش ساده (تک محوره) ۱۸۳
۹-۳) شعاع انحنای مقطع تحت خمش خالص ۱۸۵
۹-۴) نیروی ناشی از لنگر خمشی در یک مقطع ۱۸۷
۹-۵) خمش دو محوره ۱۸۸
۹-۶) ترکیب نیروی محوری و لنگر خمشی ۱۸۸
۹-۷) بار محوری خارج از مرکز ۱۸۹
سؤالات و پاسخهای فصل سوم ۱۹۱
فصل دهم: مقاطع تحت برش
۱۰-۱) تنش برشی در تیرهای منشوری ۱۹۹
۱۰-۲) محاسبهٔ نیروی برشی وارده بر قسمت‌های مختلف یک مقطع ۲۰۰
۱۰-۳) تنش‌های برشی در مقاطع جدار نازک ۲۰۲
۱۰-۴) مرکز برش ۲۰۳
۱۰-۵) تنش برشی در مقاطع مرکب ۲۰۳
سؤالات و پاسخهای فصل چهارم ۲۰۴
فصل یازدهم: مقاطع تحت پیچش
۱۱-۱) پیچش در مقاطع دایره‌ای ۲۰۹
۱۱-۲) تنش برشی حداکثر در مقاطع دایره‌ای ۲۱۰
۱۱-۳) مقاومت پیچشی در مقاطع دایره‌ای ۲۱۰
۱۱-۴) تنش برشی در مقاطع غیرهمگن دایره‌ای ۲۱۱
۱۱-۵) زاویهٔ پیچش در مقاطع دایره‌ای ۲۱۱
۱۱-۶) پیچش مقاطع مستطیلی ۲۱۲
۱۱-۷) پیچش در مقاطع جدار نازک ۲۱۲
سؤالات و پاسخهای فصل پنجم ۲۱۳
سوالات آزمون دکتری ۲۱۹
پاسخ سوالات آزمون دکتری ۲۲۴
سوالات آزمون دکتری ۲۲۹
پاسخ سئوالات آزمون دکتر ی ۲۳۳
آزمون اول خودسنجی ماهان (۲۵٪ اول) ۲۳۷
پاسخنامه تشریحی آزمون اول خودسنجی ماهان (۲۵٪ اول) ۲۴۱
آزمون دوم خودسنجی ماهان(۲۵٪دوم) ۲۴۷
پاسخنامه تشریحی آزمون دوم خودسنجی ماهان (۲۵٪ دوم) ۲۵۰
آزمون سوم خودسنجی ماهان (۵۰٪ اول) ۲۵۴
پاسخنامه تشریحی آزمون سوم خودسنجی ماهان (۵۰٪ اول) ۲۵۸
آزمون چهارم خودسنجی ماهان (۲۵٪سوم) ۲۶۲
پاسخنامه تشریحی آزمون چهارم خودسنجی ماهان (۲۵٪ سوم) ۲۶۶
آزمون پنجم خودسنجی ماهان (۵۰٪ دوم) ۲۷۰
پاسخنامه تشریحی آزمون پنجم خودسنجی ماهان (۵۰٪دوم) ۲۷۴
آزمون ششم خودسنجی ماهان (جامع اول) ۲۷۷
پاسخ تشریحی آزمون ششم خودسنجی ماهان (جامع اول) ۲۸۰

تحلیل سازه

فصل اول

کلیات

۱-۱- مقدمه

هدف از تحلیل سازه‌ها تعیین نیروها و تغییر شکل‌های به وجود آمده در سازه تحت بارهای خارجی است.

در حالت کلی روند تحلیل سازه‌ها به صورت زیر می‌باشد.

۱- بررسی پایداری سازه

۲- تعیین عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی

۳- تعیین نیروهای داخلی

۴- محاسبه تغییر شکل‌ها

۱-۲- در طی این فرآیند، فرض‌های زیر در نظر گرفته می‌شود:

- رفتار الاستیک

- رفتار خطی مصالح: رابطه تنش – کرنش به صورت خطی است.

- رفتار خطی هندسه: تغییر شکل‌ها در مقایسه با ابعادسازه کوچک است.

۱-۲- انواع سیستم‌های سازه‌ای

- تیر: تیر عنصری است که بار خارجی را به صورت خمش تحمل می‌کند، یعنی در اثر بارگذاری خارجی، لنگر خمشی داخلی در تیر ایجاد می‌شود.

- قاب : قاب از تعدادی تیر و ستون متصل به هم با جهت‌های مختلف و با اتصالات صلب و مفصلی تشکیل شده است. قاب علاوه بر تحمل بارهای قائم بارهای جانبی را نیز تحمل می‌کند.

- خرپا: خرپا از عناصری به نام میله ساخته می‌شود که بار خارجی را با ایجاد نیروی محوری در اعضای خود تحمل می‌کند.

۱-۳- انواع تکیه‌گاه‌ها:

برای آنکه سازه تحت اثر نیروهای خارجی حرکت نکند، می‌بایست توسط عناصری به محیط متصل شود. این عناصر را تکیه‌گاه گویند. تکیه‌گاه‌ها لزوماً متصل به زمین نبوده و ممکن است به سازه‌ای دیگر متصل باشد.

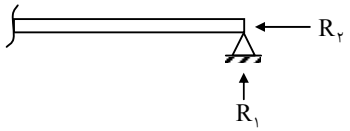
در یک تقسیم‌بندی تکیه‌گاه‌ها به دو دسته ارتجاعی و غیر ارتجاعی تقسیم می‌شوند که در زیر به شرح آنها می‌پردازیم.

الف) تکیه‌گاه‌های غیر ارتجاعی:

- تکیه‌گاه غلتکی: این نوع تکیه‌گاه دارای حرکت افقی و چرخش در صفحه بوده ولی در جهت قائم هیچ حرکتی نمی‌کند. بنابراین این نوع تکیه‌گاه دارای یک عکس‌العمل در راستای قائم برای جلوگیری از حرکت در جهت عمود بر سطح می‌باشد.

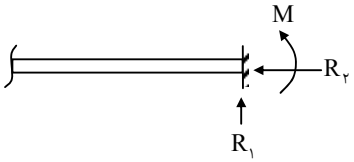
شکل (۱-۱) تکیه گاه غلتکی

تکیه‌گاه مفصلی: این نوع تکیه‌گاه مانع حرکت در راستای قائم و افقی می‌شود و فقط در محل خود می‌تواند دوران کند بنابراین این تکیه‌گاه به دلیل جلوگیری از حرکت افقی و قائم دارای دو عکس‌العمل می‌باشد.



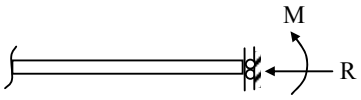
شکل (۱-۲) تکیه‌گاه مفصلی

- تکیه‌گاه گیردار: این تکیه‌گاه از هرگونه حرکت و دوران در صفحه جلوگیری می‌کند به همین دلیل دارای سه عکس‌العمل است.



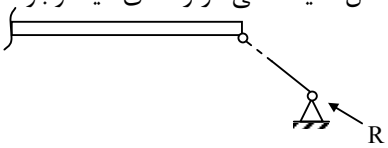
شکل (۱-۳) تکیه‌گاه گیردار

- تکیه‌گاه هدایت شونده: این تکیه‌گاه از حرکت در جهت عمود بر خود و دوران در صفحه ممانعت می‌کند به همین دلیل دارای یک عکس‌العمل نیرو و یک عکس‌العمل لنگر است، در این تکیه‌گاه امکان حرکت در راستای قائم وجود دارد. چنین تکیه‌گاهی در صورتی که در وسط عضو قرار گیرد، مفصل برشی نیز نامیده می‌شود.



شکل (۱-۴) تکیه‌گاه هدایت شونده

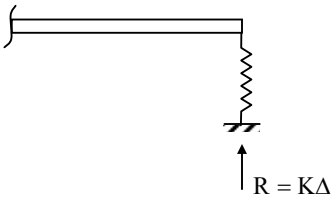
- تکیه‌گاه میله‌ای: میله عضوی است که دو سر آن مفصل باشد. در این نوع تکیه‌گاه فقط یک نیرو در راستای میله وجود دارد. بنابراین فقط یک عکس‌العمل تکیه گاهی در راستای میله وجود خواهد داشت.



شکل (۱-۵) تکیه‌گاه میله‌ای

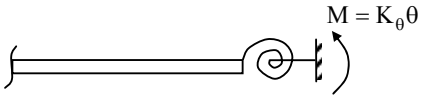
ب) تکیه‌گاه‌های ارتجاعی:

- فنر طولی: این تکیه گاه دارای یک عکس‌العمل در راستای فنر است. این عکس‌العمل با مقدار جابجایی فنر متناسب می‌باشد.



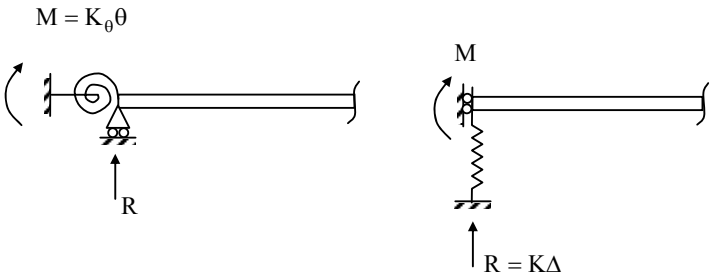
شکل (۱-۶) فنر طولی

- فنر پیچشی: این تکیه‌گاه دارای یک عکس‌العمل لنگر می‌باشد که مقدار آن با مقدار دوران متناسب است.



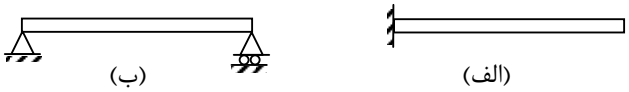
شکل (۱-۷) فنر پیچشی

لازم به ذکر است که در یک نقطه از سازه ممکن است ترکیبی از تکیه‌گاه‌های ارتجاعی و غیر ارتجاعی وجود داشته باشد.



شکل (۱-۸) ترکیب تکیه‌گاه‌ها

تیری با یک تکیه‌گاه غلتکی و یک تکیه‌گاه مفصلی را تیر ساده و تیری با یک سرگیردار و یک سر آزاد را تیر طره می‌گویند.

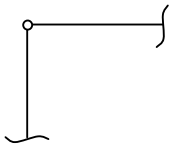


شکل (۱-۹) الف: تیر طره. ب) تیر ساده

۱-۴- انواع اتصالات:

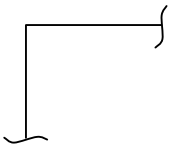
اتصالات موجود در سازه به سه دسته تقسیم می‌شوند:

- اتصال مفصلی: در این نوع اتصال به دلیل نبود مقاومت خمشی، اعضای متصل می‌توانند چرخشهای مختلف و مستقل از یکدیگر داشته باشند.



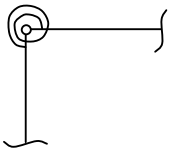
شکل (۱-۱۰) اتصال مفصلی

اتصالات صلب: در این نوع اتصال به دلیل وجود مقاومت خمشی، اعضای متصل دارای چرخش یکسان هستند.



شکل (۱-۱۱) اتصال صلب

- اتصال نیمه‌صلب: این نوع اتصال را با فنر پیچشی نشان می‌دهند. در این نوع اتصال اعضای متصل می‌توانند دوران‌های مختلف داشته باشند که چرخش نسبی این اعضا برابر با چرخش فنر پیچشی است.



شکل (۱-۱۲) اتصال نیمه صلب

فصل دوم

پایداری و درجهٔ نامعینی سازه‌ها

۲-۱- تعادل استاتیکی سازه

منظور از تعادل استاتیکی یک جسم این است که جسم ساکن پس از اعمال بارگذاری روی آن همچنان ساکن باقی بماند.

برای رسیدن به این هدف باید برآیند کلیه نیروها و ممان‌های وارد بر سازه صفر باشد. اگر جسم در حال تعادل باشد اجرای آن نیز در حال تعادل خواهند بود.

هنگامی که جسمی در صفحه در حال تعادل است باید یکی از سه دسته معادلات زیر ارضا شود.

$$\sum F_x = ۰ , \sum F_y = ۰ , \sum M_z = ۰ , \quad (۱-۲)$$

$$\sum F_x = ۰ , \sum M_A = ۰ , \sum M_B = ۰ , \quad (۲-۲)$$

شرط استفاده از این حالت این است که امتداد AB عمود بر محور x نباشد.

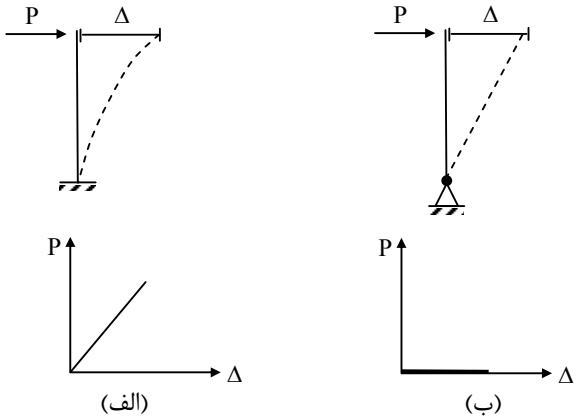
$$\sum M_A = ۰ , \sum M_B = ۰ , \sum M_C = ۰ , \quad (۳-۲)$$

شرط استفاده از این حالت این است که نقاط A و B و C در یک امتداد نباشند.

۲-۲- پایداری و ناپایداری سازه

برای تعریف پایداری، ساده‌تر آن است که ناپایداری تعریف شود. براین اساس، کوچکترین تغییر شکل ایجاد شده در هر نقطه از سازه و در هر راستایی، اگر بدون وجود سختی باشد، ناپایداری محسوب می‌شود. سختی در حالت کلی، شیب نمودار نیرو- جابجایی سازه محسوب می‌شود.

دو سازه شکل۲-۱ مفروض هستند. سازه الف) پایدار و سازه ب) ناپایدار است. لازم به ذکر است که می‌توان گفت سازه ناپایدار دارای سختی صفر است و تحت اثر بار p بی‌وقفه حرکت می‌کند.

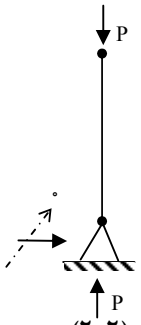


شکل (۲-۱) نمودار تنش کرنش الف) سازه پایدار ب) سازه ناپایدار

۲-۳- ارتباط پایداری و تعادل سازه

تعادل همواره برای یک بارگذاری مشخص بررسی می‌شود ولی پایداری باید برای همهٔ بارگذاری‌های ممکن بررسی شود،اگر سازه‌ای به ازای بارگذاری خاصی تعادل داشته باشد، این قضیه هیچ حکمی در مورد پایداری یا ناپایداری آن نمی‌دهد. سازه‌ای پایدار است که به ازای جمیع بارهای ممکن، همیشه تعادلش در همهٔ اعضا، نقاط و راستاها برقرار باشد.

بنابراین می‌توان گفت که : سازه ناپایدار لزوماً تحت هر بارگذاری فرو نمی‌ریزد، بلکه می‌توان بارگذاری پیدا کرد که سازه تحت آن متعادل باشد این وضعیت را تعادل ناپایدار گویند.

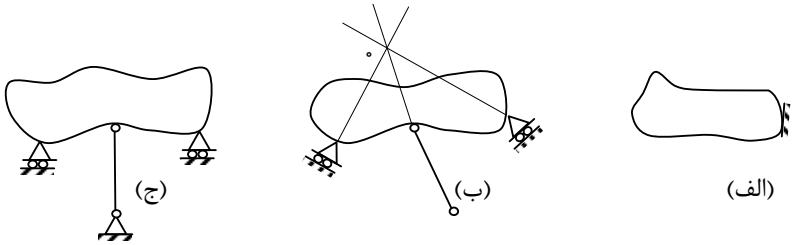


شکل (۲-۲)

به عنوان مثال، سازهٔ شکل ۲-۲، در حالی که ناپایدار است، ولی تحت بارگذاری مفروض در تعادل می‌باشد.

۲-۴- شرایط پایداری سازه

اگر سازه‌ای از نظر داخلی پایدار باشد، برای پایداری خارجی آن حداقل سه عکس‌العمل تکیه‌گاهی لازم است،بطوری که این عکس‌العمل‌ها اولاً موازی نباشند و ثانیاً امتداد آنها از یک نقطه نگذرد.



شکل (۲-۳) الف) پایدار ب) ناپایدار به علت تقارب نیروها ج) ناپایدار به علت موازی بودن نیروها

سازه شکل ۲-۳- الف به دلیل داشتن سه عکس‌العمل مناسب پایدار است ولی در سازه شکل ۲-۳-ب اگر نیرویی اعمال شود که از نقطه o نگذرد، سازه حول نقطه o می‌چرخد.

در سازه ۲-۳-ج، نیز اگر نیرویی در راستای افق وارد شود، موجب حرکت سازه می‌شود و در نتیجه ناپایدار خواهد شد.

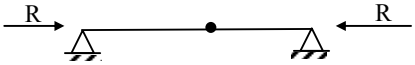
بر اساس مطالب فوق، داشتن سه واکنش تکیه‌گاهی شرط لازم برای پایداری سازه است ولی کافی نیست.

اگر عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی در سازه متقارب یا موازی باشند سازه را ناپایدار هندسی گویند.

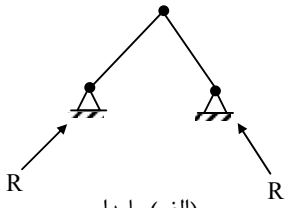
۲-۵- قوانین ترکیب اجسام صلب در صفحه

۲-۵-۱- ترکیب یک گره و یک جسم صلب

برای پایدار کردن یک گره در صفحه به دو عکس‌العمل غیرموازی برای ثابت کردن گره در دو جهت عمود بر هم نیاز است. بر این اساس، اگر راستای عکس‌العمل‌ها یکی باشد، سازه ناپایدار آنی خواهد بود.



(ب) ناپایدار



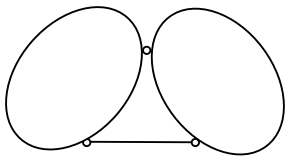
(الف) پایدار

شکل (۲-۴)

۲-۵-۲- ترکیب پایدار دو جسم صلب

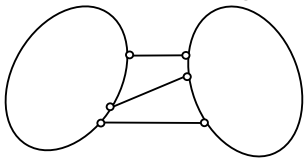
دو جسم صلب را در سه حالت می‌توان با هم ترکیب کرد:

۱) توسط یک مفصل و یک میله به طوری که امتداد میله از مفصل نگذرد. (شکل ۲-۵)



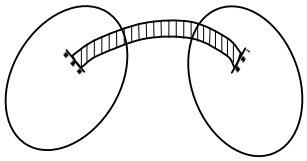
شکل (۲-۵)

۳) توسط سه میله غیرموازی و غیر متقارب(شکل ۲-۶).



شکل (۲-۶)

۳) توسط یک اتصال صلب(شکل ۲-۷).



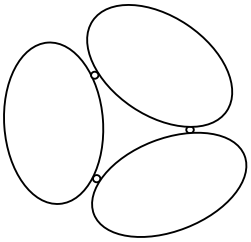
شکل (۲-۷)

در حالت کلی، برای پایدار نمودن دو جسم صلب که به صورت مناسب با هم ترکیب شده‌اند (در واقع در اثر این ترکیب مناسب حکم یک جسم صلب را پیدا می‌کند، سه عکس‌العمل تکیه‌گاهی مناسب کافی است. ولی اگر ترکیب دو جسم صلب نامناسب باشد، به تعداد درجات ناپایداری داخلی (تعداد واکنش‌های داخلی کمتر از نیاز) به واکنش خارجی مناسب نیازخواهد بود.

۲-۵-۳- ترکیب پایدار سه جسم صلب

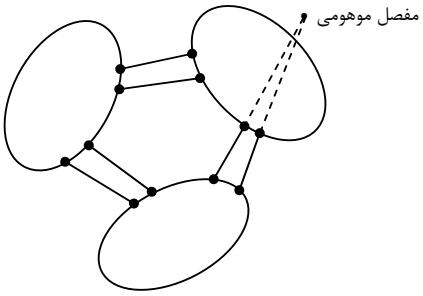
سه جسم صلب را در سه حالت می‌توان با هم ترکیب کرد:

۱) توسط سه مفصل بطوری که در یک راستا نباشند. (شکل ۲-۸)



شکل (۲-۸)

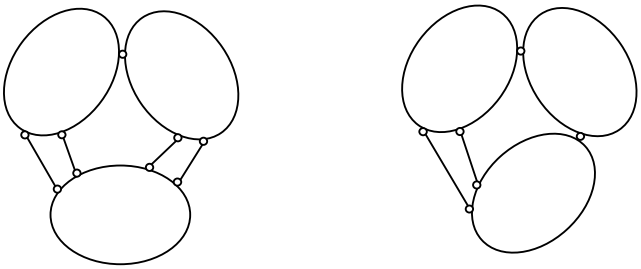
۲) توسط ۶ میله که دو به دو اجسام صلب را به هم وصل کرده باشند (شکل ۲-۹) .



شکل (۲-۹)

در این حالت اگر سه مفصل موهومی تشکیل شود این سه مفصل نباید در یک راستا باشند همچنین هر سه جفت میله نباید با هم موازی باشند.

۳) ترکیبی از میله‌ها و مفصل‌ها به شرط آنکه مفصل‌های حقیقی و موهومی در یک راستا نباشند.



(ب) (الف)

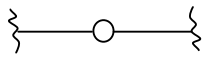
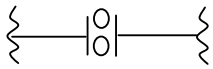
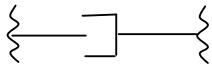
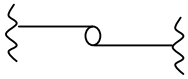
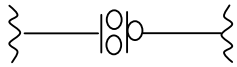
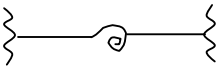
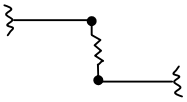
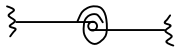
شکل (۲-۹)

برای ترکیب سه جسم صلب، به شش واکنش داخلی مناسب نیاز است که بتوان آن را با سه عکس‌العمل مناسب پایدار کرد در غیر این صورت مثلاً اگر پنج واکنش داخلی وجود داشته باشد، باید از چهار عکس‌العمل تکیه‌گاهی برای پایدار کردن آن استفاده شود.

۲-۶- روابط شرطی

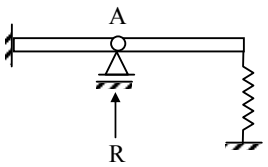
در مقابل تکیه‌گاه خارجی می‌توان از لفظ تکیه‌گاه داخلی استفاده کرد. تکیه‌گاه داخلی قسمت‌های مختلف سازه را به یکدیگر متصل می‌کند و باعث ایجاد معادلات اضافی در سازه می‌شود. تکیه‌گاه خارجی، سازه را به زمین متصل می‌کند و باعث افزایش مجهولات می‌شود.

در انواع تکیه‌گاه‌های داخلی معرفی شده است.

تعداد معادلات	نام	شکل
۱	مفصل خمشی	
۱	مفصل برشی	
۱	مفصل محوری	
۲	مفصل محوری- خمشی	
۲	مفصل برشی- خمشی	
۲	فنر پیچشی	
۲	فنر طولی	
۰	-	
۱	-	

جدول ۲-۱

در یک نقطه از سازه می‌توان هم زمان تکیه‌گاه داخلی و خارجی وجود داشته باشد، مانند شکل (۲-۱۰) که یک تکیه‌گاه غلتکی (خارجی) و یک مفصل خمشی (داخلی) در نقطهٔ A قرار دارد. به همین دلیل در نقطهٔ A یک مجهول و یک معادله شرطی داریم.



شکل (۲-۱۰)

۲-۷- سازه‌های معین و نامعین استاتیکی

اگر بتوان تمام مجهولات (عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی و نیروهای داخلی) یک سازه را با استفاده از معادلات استاتیکی (معادلات تعادل و شرط) محاسبه کرد،و آن سازه را معین استاتیکی می‌گویند.

اما اگر نتوان تمامی مجهولات را با استفاده از معادلات استاتیکی محاسبه کرد، در این صورت سازه نامعین استاتیکی خواهد بود.

اختلاف بین تعداد مجهولات و تعداد معادلات موجود در سازه بیانگر درجهٔ نامعینی آن سازه می‌باشد.

(۲-۴)

بر اساس درجهٔ نامعینی یک سازه می‌توان گفت که:

D.I. درجه نامعینی = تعداد مجهولات − تعداد معادلات

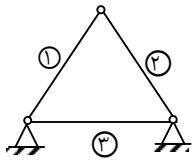
$D.I. > 0 \rightarrow$ سازه نامعین به شرط پایداری

$D.I. = 0 \rightarrow$ سازه معین به شرط پایداری

$D.I. < 0 \rightarrow$ سازه ناپایدار

در صورتی که درجهٔ نامعینی صفر (سازهٔ معین) و یا بزرگتر از صفر(سازهٔ نامعین) باشد، سازه می‌تواند پایدار و یا ناپایدار باشد، به عبارت دیگر دراین حالات نمی‌توان از روی درجهٔ نامعینی پایداری و یا ناپایداری سازه را تعیین نمود. اما اگر درجهٔ نامعینی سازه‌ای منفی باشد، آن سازه، قطعاً ناپایدار خواهد بود.

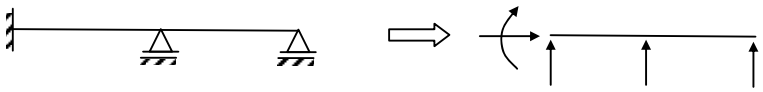
مثال۲-۱: درجه نامعینی سازه‌های زیر را تعیین کنید.



شکل (۲-۱۱)

حل) اگر میله شماره ۳ حذف شود. می‌توان گفت یک گره توسط دو میله به زمین (جسم صلب) متصل شده است حال اگر میله شماره ۳ اضافه شود یک درجه نامعینی به سازه اضافه خواهد شد.

لازم به ذکر است که: هر میله دو سر مفصل، یک درجه به درجه نامعینی سازه اضافه می‌کند.



شکل (۲-۱۲)

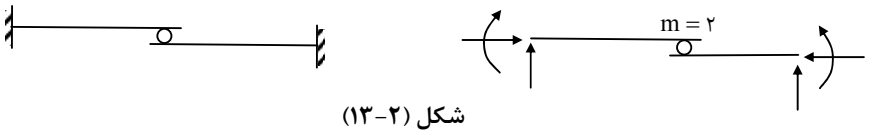
حل)

۵= تعداد مجهولات

۳= تعداد معادلات

۲=۳-۵= درجه نامعینی

حل)

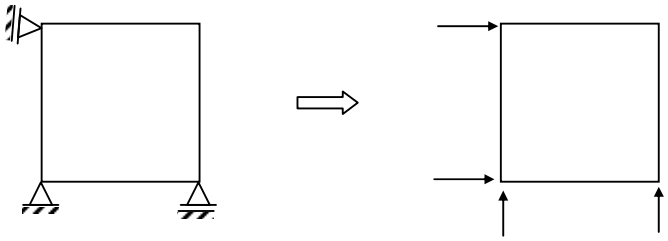


شکل (۲-۱۳)

۶= تعداد مجهولات

۵=۲+۳= تعداد معادلات

۱=۵-۶= درجه نامعینی



شکل (۲-۱۳)

حل) لازم به ذکر است که: هر کادر در بسته ۳ درجه به درجه نامعینی سازه اضافه می‌کند.

۳= معادلات

۷=۳+۴= مجهولات

۴=۳-۷= درجه نامعینی

۲-۸- انواع خرپا:

در ادامهٔ درجه نامعینی خرپاها و قاب‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد. در حالت کلی خرپاها به سه دسته تقسیم می‌شوند:

- خرپای ساده
- خرپای مرکب
- خرپای بغرنج

۲-۸-۱- خرپای ساده

خرپای ساده، خرپایی است که از یک مثلث شروع می‌شود و با اضافه نمودن دو عضو و یک مفصل توسعه می‌یابد، به شرط آنکه دو عضو اضافه شده در یک راستا نباشند.

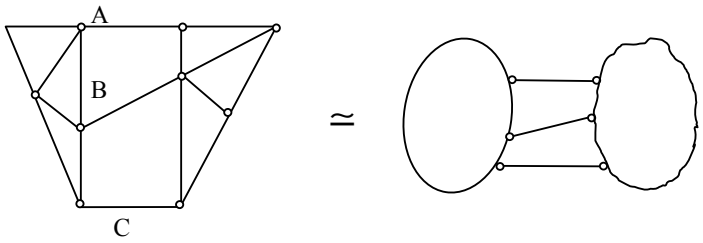
هر خرپای ساده از لحاظ درونی پایدار و معین است و اگر با سه واکنش تکیه‌گاهی مناسب مهار شود، کلاً پایدار و معین خواهد بود.

یکی از خصوصیات مهم یک خرپای پایدار و معین در این است که با برداشتن یک میله یا یک عکس‌العمل تکیه‌گاهی ناپایدار می‌شود. به عبارت دیگر، یک سازه پایدار و معین حداقل شرایط پایداری را دارد.

بنابراین اگر عضوی از خرپای ساده حذف شود از لحاظ درونی ناپایدار می‌شود ولی می‌توان با افزودن عکس‌العمل تکیه‌گاهی مناسب در کل خرپا را پایدار کرد و اگر عضوی به خرپای ساده اضافه شود. خرپا پایدار می‌ماند و فقط درجه نامعینی آن افزایش می‌یابد.

۲-۸-۲- خرپای مرکب

خرپای مرکب، خرپایی است که از اتصال دو و یا چند خرپای ساده و بر اساس قوانین ترکیب اجسام صلب تشکیل یافته است.



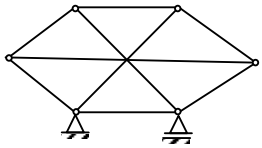
شکل (۲-۱۴)

در شکل (۲-۱۴) دو خرپای ساده با استفاده از ۳ میله A و B و C به هم متصل شده‌اند و یک جسم پایدار را به وجود آورده‌اند.

لازم به ذکر است که : هر خرپای ساده با واکنش‌های مناسب حتماً پایدار است ولی الزاماً هر خرپای پایدار، خرپای ساده نیست.

۲-۸-۳- خرپای بغرنج

هر خرپایی که خواص خرپای ساده و مرکب را نداشته باشد خرپای بغرنج خواهد بود. در این خرپا چون نمی‌توان یک جسم مثلثی پایدار پیدا کرد، بنابراین خرپا در رده خرپای ساده یا مرکب قرار نمی‌گیرد و در نتیجه این خرپا یک خرپای بغرنج خواهد بود.



شکل (۲-۱۵)

۲-۹- درجهٔ نا معینی خرپا

در خرپای دو بعدی، اگر تعداد اعضای خرپا M ، تعداد کل گره‌ها N و تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی R باشد، با توجه به این‌که در هر عضو خرپا نیروی محوری آن مجهول است و در هر گره خرپا می‌توان دو معادلهٔ تعادل نیرو در راستاهای افقی و قائم نوشت، نتیجه می‌شود که درجهٔ نامعینی خرپای دو بهدی برابر است با:

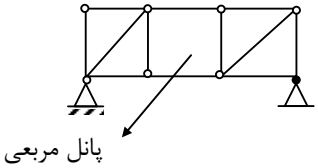
$$D.L. = M + R - ۲N \qquad (۵-۲)$$

در حالتی که خرپا سه بعدی باشد، اگر تعداد اعضای خرپا M، تعداد کل گره‌ها N و تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی R باشد، با توجه به این‌که در هر عضو خرپا، نیروی محوری آن مجهول است و در هر گرهٔ خرپا می‌توان سه معادله تعادل نیرو در فضا را نوشت، نتیجه می‌شود که درجهٔ نامعینی خرپا برابراست با:

(۶-۲)

$$D.I. = M + R - ۳N$$

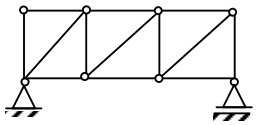
یکی از حالات مشهور ناپایداری خرپاها، وجود پانل مربعی در خرپا است. پانل مربعی، همان‌طور که در شکل ۲-۱۶ نشان داده شده است، پانلی است که خرپا از دو ضلع مقابل آن توسعه یافته است.



شکل (۲-۱۶)

$$\sum F_x = ۰ \ , \ \sum F_y = ۰$$

مثال۲-۲: درجه نامعینی خرپاهای زیر را تعیین کنید.



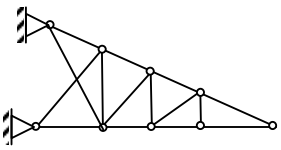
$M = ۱۳$
$R = ۳$ $\quad DI = ۱۳ + ۳ - ۲ \times ۸ = ۰$
$N = ۸$

خرپا معین و پایدار است.

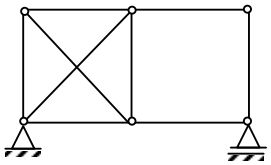
شکل (۲-۱۷)

$M = ۱۵$
$R = ۴$ $\quad DI = ۱۵ + ۴ - ۱۸ = ۱$
$N = ۹$

خرپا یک درجه نامعین است.



شکل (۲-۱۸)



شکل (۲-۱۹)

$M = ۹$

$R = ۳$ $\quad DI = ۹ + ۳ - ۲ \times ۶ = ۰$

$N = ۶$

نمی‌توان نتیجه گرفت که خرپا معین است زیرا به علت پانل مربعی خرپا ناپایدار است.

۲-۱۰- درجهٔ نامعینی قاب‌ها

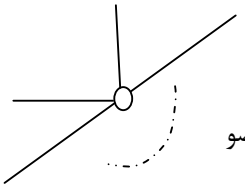
در قاب‌های دو بعدی، اگر K تعداد حلقه‌های موجود، R تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی و C تعداد شرایط داخلی قاب باشد، با توجه به این که در هر گرهٔ قاب مسطح می‌توان سه معادلهٔ تعادل را نوشت و در هر عضو قاب دو بعدی، سه مجهول (برش و لنگر خمشی و نیروی محوری) وجود دارد، درجهٔ نامعینی قاب بر اساس رابطهٔ زیر تعیین می‌شود:

(۲-۷)

$$DI = (R + ۳K) - (۳ + C)$$

در محاسبهٔ شرایط داخلی قاب مسطح (دو بعدی)، از مقادیر ارائه شده در جدول ۲-۱ استفاده می‌شود.

علاوه بر موارد اشاره شده در این جدول، در صورتی که مطابق شکل ۲-۲۰، m عضو به یکدیگر مفصل شده باشند، تعداد شرایط داخلی برابر با $c = m - ۱$ می‌باشد.



شکل (۲-۲۰)

در صورتی که قاب سه بعدی باشد، اگر k تعداد حلقه‌های موجود، R تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی و C تعداد شرایط داخلی قاب باشد، با توجه به این که در هر گره قاب فضایی می‌توان شش معادلهٔ تعادل نوشته و در هر عضو قاب فضایی (سه بعدی)، شش مجهول (دو برش، دو لنگر خمشی، یک نیروی محوری و یک لنگر پیچشی) وجود دارد، درجهٔ نامعینی قاب برابر است با:

(۲-۸)

$$DI = (R + ۶K) - (۶ + C)$$

در قاب سه بعدی باید توجه داشت که اگر m عضو به یکدیگر مفصل شده باشند، با توجه به این‌که مجموع لنگرها در مفصل برابر صفر است و در مفصل می‌توان در سه جهت معادلات تعادل لنگر را نوشت، بنابراین $C = ۳(m-۱)$ خواهد بود.

فصل سوم

تغییر شکل سازه‌های معین

۳-۱- مقدمه

تغییر شکل در سازه‌ها به چند دلیل بوجود می‌آید که این عوامل عبارتند از: بارگذاری نیرویی، تغییر درجه حرارت، جابجایی تکیه‌گاهی و نقص عضو.

محاسبه تغییر شکل‌ها در سازه‌ها به دلایل زیر مورد نیاز است:

- در طراحی سازه‌ها یکی از معیارهای طراحی، کنترل تغییر مکان است، بطوری که باید تغییر مکان موجود سازه از مقادیر مجاز کمتر باشد.

- در تحلیل‌سازه‌های نامعین، چنانچه از روابط سازگاری تغییر شکل استفاده شود، تعیین تغییر مکان‌ها ضروری است.

۳-۱-۱- منحنی ارتجاعی تغییر شکل

قبل از محاسبه تغییر شکل در سازه‌ها، برای درک تغییر شکل ایجاد شده در سازه بهتر است منحنی ارتجاعی تغییر شکل ناشی از بارگذاری اعمالی رسم شود.

برای برخی از سازه‌ها ترسیم این منحنی بسیار ساده است. اما اگر ترسیم این منحنی برای سازه‌ای به سادگی امکان‌پذیر نبود می‌توان ابتدا دیاگرام لنگر خمشی را برای آن سازه رسم کرد و از روی آن منحنی ارتجاعی تغییر شکل را ترسیم نمود.

برای ترسیم منحنی ارتجاعی تغییر شکل بصورت کیفی باید به چند نکته توجه کرد:

۱- دوران تکیه‌گاهی مفصلی کاملاً آزاد است.

۲- تکیه‌گاه گیردار اجازه دوران به عضو را نمی‌دهد.

۳- اعضای سازه در اتصال صلب با هم دوران می‌کنند. (زاویه دوران بین اعضا بعد از دوران با قبل از دوران یکسان است).

۴- میزان دوران اعضا در اتصال مفصلی می‌تواند با هم متفاوت باشد.

۵- در محل لنگر خمشی صفر، سازه انحنا و خم شدگی ندارد.

۳-۱-۲- انواع روشهای محاسبه تغییر شکل سازه‌ها

روش های محاسبهٔ تغییر شکل سازه‌ها را می‌توان به دو دستهٔ کلی تقسیم نمود:

الف) روش‌های هندسی

برای محاسبه تغییر شکل در چند نقطه بطور همزمان یا برای یافتن معادله تغییر شکل می‌توان از این روش‌ها استفاده کرد. انواع این روش‌ها عبارتست از:

۱- روش انتگرال‌گیری

۲- روش لنگر سطح

۳- روش بار الاستیک

۴- روش تیر مزدوج

ب) روشهای انرژی:

این روش‌ها برای محاسبه تغییر شکل در یک نقطه خاص و یا تغییر شکل در جهتی خاص مناسب است.

انواع این روش ها عبارتست از:

۱- روش کار حقیقی

۲- روش کاستیلیانو

۳- روش کار مجازی

۳-۲- روشهای هندسی محاسبهٔ تغییر شکل سازه‌ها

در این روش از یکسری قرارداد هندسی استفاده می‌شود و برای سازه‌های خمشی مانند تیرها استفاده می‌شود. این روش‌ها برای حالتی که سازه از قسمتهایی با ممان اینرسی‌های مختلف ساخته شده است، مناسب خواهد بود.

۳-۲-۱- روش انتگرال‌گیری مستقیم

از دو روش متفاوت می توان برای بدست آوردن معادله منحنی تغییر شکل تیرها با روش انتگرال‌گیری استفاده نمود. این دو روش به قدری مشابه می‌باشند که اصولاً یک روش محسوب می‌شوند. تنها فرق بین این دو روش این است که برای بدست آوردن معادله منحنی تغییر شکل در روش اول از معادله لنگر خمشی و در روش دوم از نیروهای مؤثر به تیر استفاده می‌شود. در زیر این دو روش تشریح می‌گردند.

الف) روش انتگرال دوبل:

رابطهٔ زیر در حالت کلی برقرار است(۳-۱)

$$y''(x)=\frac{M}{Ei} \qquad (۳-۱)$$

با دوبار انتگرال‌گیری می‌توان نوشت:

$$y'=\theta=\int\frac{M}{EI}dx+C_1 \qquad (۳-۲)$$

$$y = \int\left(\int \frac{M}{EI}dx\right)dx + C_1 x + C_2 \qquad (۳-۳)$$

که در روابط فوق y تغییر مکان، θ شیب منحنی تغییر مکان و C_1 و C_2 ثوابتی هستند که از شرایط تیر در تکیه‌گاهها بدست می‌آیند.

ب) روش انتگرال‌گیری متوالی:

به جای نوشتن معادله لنگر، برای بدست آوردن معادله منحنی تغییر شکل تیر می‌توان از بارهای موثر آغاز نمود.

مراحل مختلف روش انتگرال‌گیری متوالی در زیر خلاصه می‌شود.

$$y^{۴}(x) = w(x) \qquad (۴-۳)$$

$$y^{۳}(x) = V(x) = \int w(x)dn + c_1 \qquad (۵-۳)$$

$$EIy''(x) = M(x) = \int V(x)dx + c_1 x + c_2 \qquad (۳-۶)$$

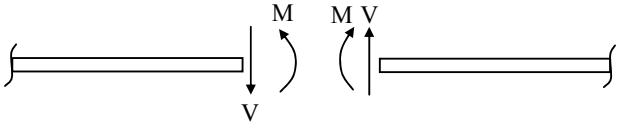
$$EIy'(x) = EI\theta(x) = \int M(n)dn + c_1\frac{x^2}{2} + c_2 x + c_3 \qquad (۷-۳)$$

$$EIy(x) = \int \theta(x)dn + c_1\frac{x^3}{6} + c_2\frac{x^3}{2} + c_3 x + c_5 \qquad (۸-۳)$$

در روابط فوق، قرارداد علامت به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

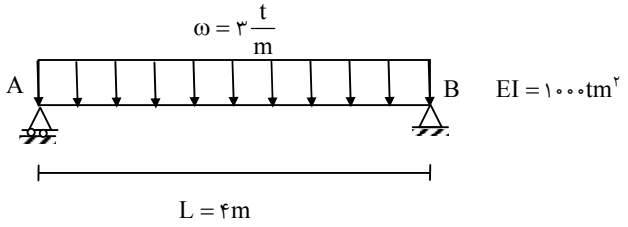
۱- جهت مثبت y رو به بالا

۲- جهت مثبت نیروی برشی و لنگر خمشی در جهت مثبت استاتیکی (مطابق شکل ۳-۱)



شکل (۳-۱) جهت مثبت نیروی برشی و لنگر خمشی

مثال۳-۱: معادله منحنی تیر شکل ۳-۲ را بیابید:



شکل (۳-۲)

مطابق شکل ۳-۳ مقدار لنگر از رابطه زیر بدست می‌آید.