

موسسه آموزش عالی آزاد
www.mahan.ac.ir

اقتصاد خرد

مجموعه علوم اقتصادی

مؤلف: تامینا اصغری

دکترا

اصغری، تامینا

اقتصاد خرد / رشته علوم اقتصادی / تامینا اصغری

مشاوران صعود ماهان: ۱۴۰۱

جدول، نمودار (آمادگی آزمون دکتری اقتصاد)

ISBN: 978-600-458-643-6

۲۳۹ص:

فهرست نویسی بر اساس اطلاعات فیبا.

فارسی - چاپ اول

۱- اقتصاد خرد

تامینا اصغری

ج - عنوان

۴۴۲۰۵۲۲

کتابخانه ملی ایران:



انتشارات مشاوران صعود ماهان



- نام کتاب: اقتصاد خرد
- مولف: تامینا اصغری
- مدیران مسئول: هادی و مجید سیاری
- برنامه ریزی محتوا: سمیه بیگی
- ناشر: مشاوران صعود ماهان
- نوبت و تاریخ چاپ: اول / ۱۴۰۱
- تیراژ: ۱۰۰۰ نسخه
- قیمت: ۲/۴۹۰/۰۰۰ ریال
- شابک: ISBN 978-600-458-643-6

انتشارات مشاوران صعود ماهان: تهران - خیابان ولیعصر، بالاتر از تقاطع ولیعصر مطهری، پلاک ۲۰۵۰

تلفن: ۸۸۱۰۰۱۱۳ و ۸۸۴۰۱۳۱۳

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به موسسه آموزش عالی آزاد ماهان می باشد. و هرگونه اقتباس و کپی برداری از این اثر بدون اخذ مجوز پیگرد قانونی دارد.

نام خدا

ایمان دارم که هر تغییر و تحول بزرگی در مسیر زندگی بدون تحول معرفت و نگرش میسر نخواهد بود. پس بیایید با اندیشه توکل، تفکر، تلاش و تحمل در توسعه دنیای فکریمان برای نیل به آرامش و آسایش توأمان اولین گام را برداریم. چون همگی یقین داریم دانایی، توانایی می آورد.

شاد باشید و دلی را شاد کنید

برادران سیاری

مجموعه‌ای که تنظیم نموده و تقدیم خوانندگان می‌نمایم خلاصه‌ای از مباحث و مطالب موردنیاز در زمینه‌ی اقتصاد خرد برای دانشجویان دوره کارشناسی ارشد جهت آمادگی شرکت در آزمون دکتری می‌باشد. کتاب حاضر در این راستا به گونه‌ای عمل نموده که مطالب در ۷ فصل گردآوری شده و تا حد امکان از مثال‌ها و تمرین‌هایی برای یادگیری بیشتر استفاده شده است. در پایان از اساتید ارجمندم دکتر تیمور محمدی و دکتر حسین راغفر که در طول انجام کار از نگارش‌ها و راهنمایی‌های ایشان بهره برده‌ام کمال تشکر و امتنان را دارم و در نهایت این مجموعه‌ی کوچک را به مادر عزیزم و روح پدر بزرگوام تقدیم می‌نمایم.

تامینا اصغری

فصل اول

۹	نظریه رفتار مصرف کننده
۱۱	رفتار مصرف کننده
۱۳	تابع مطلوبیت
۱۷	توابع تقاضا
۱۹	تابع مطلوبیت غیرمستقیم
۲۱	منحنی تقاضا
۲۳	درآمد و فراغت
۲۳	اثرات جانشینی و درآمدی

فصل دوم

۲۹	نظریه رفتار تولید کننده
۳۸	تئوری بنگاه اقتصادی
۳۸	منحنی تولید
۴۰	بی تفاوتی تولید کننده
۴۴	تقاضا برای نهادها
۴۵	توابع هزینه
۵۳	توابع تولید همگن
۵۶	نااطمینانی در تولید

فصل سوم

۵۹	بازارها
۶۱	بازار رقابت کامل
۶۷	بازار انحصار کامل
۷۱	رقابت انحصاری
۷۲	انحصار چند جانبه

فصل چهارم

۷۹	بازار عوامل تولید
----	-------------------------

فصل پنجم

۸۷	تعادل عمومی و رفاه
۹۳	مبادله‌ی کارا
۹۶	منحنی امکانات مطلوبیت
۹۸	تعادل رقابتی و کارایی
۱۰۲	شیب منحنی امکانات تولید
۱۰۴	ترکیب کارای محصول

فصل ششم

۱۲۵	بازیها (ایستا)
۱۲۶	نظریه بازیها
۱۲۹	بازی مکان‌یابی
۱۲۹	روشهای ادامه‌ی و توصیف یک سازی
۱۳۰	بازیهای ایستا
۱۳۳	نحوه دستیابی به تعادل نش مبتنی بر استراتژی مختلط

بازی با جمع صفر با استراتژی‌های محض مختلط ۱۳۵

فصل هفتم

ریاضیات ۱۴۳

جبرخطی ۱۴۵

ماتریسهای معین و شبه معین ۱۴۷

توابع همگن ۱۴۸

بهینه‌سازی ۱۴۹

تقعر ۱۵۰

تمرین ۱۵۹

مجموعه سوالات دکتری ۱۶۸

آزمون اول خودسنجی ماهان (۲۵٪ اول) ۲۰۲

پاسخنامه تشریحی آزمون اول خودسنجی ماهان (۲۵٪ اول) ۲۰۴

آزمون دوم خودسنجی ماهان (۲۵٪ دوم) ۲۰۷

پاسخنامه تشریحی آزمون دوم خودسنجی ماهان (۲۵٪ دوم) ۲۰۹

آزمون سوم خودسنجی ماهان (۵۰٪ اول) ۲۱۲

پاسخنامه تشریحی آزمون سوم خودسنجی ماهان (۵۰٪ اول) ۲۱۵

آزمون چهارم خودسنجی ماهان (۲۵٪ سوم) ۲۱۸

پاسخنامه تشریحی آزمون چهارم خودسنجی ماهان (۲۵٪ سوم) ۲۲۰

آزمون پنجم خودسنجی ماهان (۵۰٪ دوم) ۲۲۳

پاسخنامه تشریحی آزمون پنجم خودسنجی ماهان (۵۰٪ دوم) ۲۲۶

آزمون ششم خودسنجی ماهان (جامع اول) ۲۲۹

پاسخنامه تشریحی آزمون ششم خودسنجی ماهان (جامع اول) ۲۳۲

آزمون هفتم خودسنجی ماهان (جامع دوم) ۲۳۵

پاسخنامه تشریحی آزمون هفتم خودسنجی ماهان (جامع دوم) ۲۳۷

منابع ۲۳۹

فصل اول

نظریه رفتار مصرف کننده

نظریه رفتار مصرف کننده

توابع تقاضا

فصل اول

نظریه رفتار مصرف کننده

در مورد نظریه مصرف کننده دو رهیافت سنتی و تجربه گرا وجود دارد. که رهیافت سنتی مبتنی بر ترجیحات می باشد به نام Preference-based approach که با اصول مربوط به ترجیحات آغاز شده و به تابع مطلوبیت و Max سازی و کشف قوانین می پردازد. در مقابل، روش تجربه گرا، (choice-based approach) به جای مفاهیم ذهنی ترجیحات از واقعیت تجربی مصرف کننده در عمل شروع می کند و به جای شروع از ترجیحات از انتخاب های فرد راجع به عقلایی بودن یا نبودن فرد قضاوت می کند.

ارتباط سبب کالاها از نظر ترجیحات: (preference relation)

بحث با نماد داشتن یا نداشتن ترجیحات بین دو گزینه در انتخاب فرد شروع می شود. اگر نماد \geq را نماد «حداقل به همان خوبی» در نظر بگیریم. آنگاه به طور مثال:

$x \geq y$ بیانگر این رابطه ترجیحی است که «سبب کالای x حداقل به همان خوبی (ترجیح) y است.

بر اساس آن می توان ترجیح اکید یا بی تفاوتی را نیز تعریف کرد.

(I) ترجیح اکید (strict Preference): x ترجیح اکید بر y دارد (با نماد $x > y$) اگر $x \geq y$ ولی اگر نه $y \geq x$ باشد.

(II) بی تفاوتی (indifference) x ترجیح یکسان بر y دارد (با نماد $x \sim y$) اگر $x \geq y$ بوده و نیز $y \geq x$ باشد.

حال با فرض رفتار عقلایی (Rational) به دو خصوصیت توسط رفتار مصرف کننده می پردازیم:

(۱) کامل بودن ترجیحات (Completeness)، یعنی برای هر دو سبب یا گزینه x و y از سبب کالاها قطعاً یا $x \geq y$ یا $y \geq x$ یا هر دو.

(۲) انتقال پذیری Transitivity: یعنی برای هر سه گزینه x و y و z از سبب کالاها اگر $x \geq y$ و $y \geq z$ باشد. آنگاه $x \geq z$.

بیان فروض مذکور به معنی تأمین آن در دنیای واقعی نیست. مثلاً در مورد کامل بودن، بسیار پیش می‌آید که فرد قادر به مقایسه دو سبد x و y از گزینه‌ها نیست مثل انتخاب رشته.

ثانیاً در مورد انتقال‌پذیری نیز موارد نقض بسیاری مطرح شده است.

گاهی فرد تفاوت‌های ناچیز را تشخیص نمی‌دهد به طور مثال در یک مغازه در رنگ زرد روشن که اندک با هم تفاوت دارند تشخیص نمی‌دهیم لذا $x_1 \sim x_2$ و حال درباره رنگ زرد x_2 را با رنگ x_3 که اندکی با هم تفاوت دارند را تمیز نمی‌دهیم یعنی $x_2 \sim x_3$ و الی آخر. ولی وقتی دو پارچه اول و آخر را کنار هم می‌گذاریم، اختلاف رنگ قابل تمیز است. پس در حالیکه $x_1 \sim x_2, x_2 \sim x_3, \dots, x_{n-1} \sim x_n$ اما $x_1 > x_n$ نقض انتقال‌پذیری

نقض انتقال‌پذیری $x_1 > x_n$ اما و یا پارادوکس کندرسه که مربوط به مشکلات تصمیم‌گیری جمعی است، نشان می‌دهد که علیرغم اینکه هر فرد می‌تواند عقلایی و سازگار رفتار کند، اما جامعه یا گروه به نتایج غیرعقلایی می‌رسند. مثلاً خانواده با ۳ عضو و ۳ انتخاب سینما (C) و رستوران (R) و شهربازی (S)

از دید بچه $S > C > R$

از دید مادر $R > S > C$

از دید پدر $C > R > C$

حال اگر انتخاب‌های دوتایی با تصمیم‌گیری بر مبنای رای اکثریت در مقابل سه فرد بگذاریم:

بین انتخاب C, S : $S > C$ (دورای در مقابل یک رأی)

بین انتخاب C, R : $C > R$

بین انتخاب R, S : $R > S$

بنابراین:
 $S > C > R > S$
 تناقض

مثالهای فوق، نشان می‌دهند که در فرض کامل بودن و انتقال‌پذیری، در دنیای واقعی، موارد نقض بسیاری وجود دارد.

علاوه بر دو فرض کامل بودن و انتقال‌پذیری که در تمام مباحث مورد نیاز هستند در بسیاری مباحث از فروض دیگری نیز استفاده می‌شوند. شامل:

۱- فرض یکنوا بودن (monotone): رابطه ترجیح و \geq یکنوا است اگر با $x \gg y$ داشته باشیم $x > y$ و رابطه ترجیح \geq قویا یکنوا (Strongly monotone) است اگر با $x \geq y$ و $x \neq y$ داشته باشیم $x > y$.

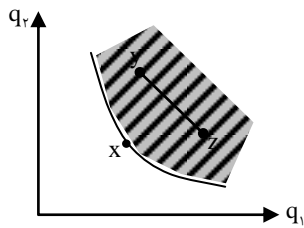
یعنی اگر تمام عناصر سبد x از y (برخی اقلام مساوی نیز داشته باشد) (\geq) اما در همه اقلام مساوی نباشد $(x \neq y)$ آنگاه حتی با اضافه‌تر بودن یک قلم کالا سبد x بر y ترجیح دارد.

۲- ترجیحات محدب فرض می‌شوند. علاوه بر فروض کمکی بالا و رفتار عقلایی، فرضی راجع به تحدب ترجیحات داریم. فرض قبلی (خوب بودن) باعث می‌شود اگر سبدهی مثل x از دو کالا شامل q_1 و q_2 داشته باشیم. نقاط



ترجیح یکسان با آن (\sim) نزولی می شود [بی تفاوتی نزولی است] لذا سه مجموعه با رسم آن نقاط حاصل می شود. نقاط با ترجیح یکسان، نقاط بالاتر که ترجیح بیشتر دارند، نقاط پایین که ترجیح کمتر دارند [یا برابر]. که حالا این فرض تحدد ترجیحات می گوید:

«رابطه \leq محدب است اگر مجموعه بالاتر از نقاط با ترجیح یکسان یک مجموعه محدب باشند.»
 یعنی با وجود دو سبد $x \geq y$ و $x \leq z$ آنگاه $0 \leq a \leq 1$ داشته باشیم. $\alpha z + (1-\alpha)y \geq x$ یعنی نقاط بالاتر از نقاط دارای ترجیح یکسان شکلی به صورت هاشور خورده زیر داشته باشند.
 هر ترکیب خطی از y, z بر x ترجیح داشته یا ترجیح برابر دارد.



تابع مطلوبیت

اگر y, x حاوی عناصر یا کالاهای مثل q_1, \dots, q_n باشند حال اگر بخواهیم یک نگاشت از این مجموعه x و y روی ارقام حقیقی داشته باشیم لذا تابع مطلوبیت u را به شکل تابعی تعریف می کنیم که اولاً

$u: R \rightarrow$ مجموعه سبدها

ثانیاً: برای هر سبد یا مجموعه x و y :

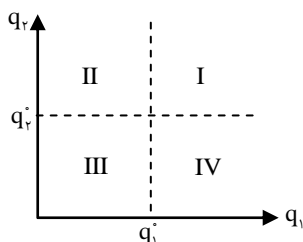
$$y \leq x \Leftrightarrow u(y) \leq u(x)$$

(بزرگی یا کوچکی عددی) (رابطه ترجیح)

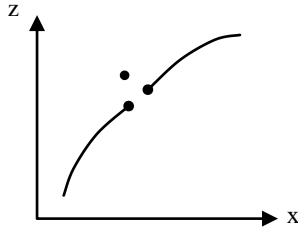
یعنی هر مجموعه که حداقل به همان خوبی مجموعه دیگر است متناظر باشد با یک عدد حقیقی بزرگتر یا برابر در محور اعداد حقیقی. حال سوال اینجاست آیا فروض قبلی برای امکان استخراج چنین تابعی برای فرد کفایت می کند، یعنی آیا هر کس فروض قبلی را تامین کند حتماً تابع مطلوبیت دارد؟

به طور مثال فردی که در انتخاب خودروها q_1 را به دلیل سرعت بالاتر ترجیح دهد و خودرویی که سرعت بالاتر دارد را به صرف نظر از هر رنگی ترجیح دهد. اما در صورت سرعت یکسان، رنگ روشن تر (q_2) ترجیح دارد. برای چنین

فردی نمی توان منحنی بی تفاوتی به دست آورد زیرا با سبد $a = (q_1^*, q_2^*)$



کلیه سبدهای I و IV بر X ترجیح دارند و همینطور x بر کلیه سبدهای II و III ترجیح دارد. و سبدهای I بر IV و سبدهای II هم بر III ترجیح دارد. لذا نقاط بی تفاوتی با X نداریم. پس باید ترجیحات فرد نقطه گسسته‌ای مثل x نباشد بلکه شبیه یک بی تفاوتی دارای پیوستگی باشد. بنابراین لازم است ترجیحات فرد پیوسته باشند، که می‌دانیم منحنی‌های فاقد پیوستگی می‌تواند حاوی جهش (jump) باشد.



یعنی بی تفاوتی‌ها مجموعه بسته‌ای ایجاد می‌کنند و ترجیحات دارای پرش یا جهش نباشند.

در این صورت می‌توان بی تفاوتی و تابع مطلوبیت برای فرد تعریف کرد.

حداکثر سازی مطلوبیت:

فرض می‌کنیم که خرید مصرف کننده به ۲ کالا محدود می‌شود. در این شرایط تابع مطلوبیت وی عبارتست از

$$u = f(q_1, q_2)$$

یک مصرف کننده عقلایی ترکیبی از دو کالای q_1 و q_2 را خریداری می‌کند که از مصرف آنها حداکثر رضایت را به دست آورد. در این شرایط مشکل او به حداکثر رسانیدن مطلوبیت خود است. و چون درآمد وی محدود است و وی قادر به خرید نامحدود از کالاهای مورد نظر خویش نیست. محدودیت خط بودجه مصرف کننده را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$y^* = p_1 q_1 + p_2 q_2$$

در رابطه فوق y^* درآمد (ثابت) مصرف کننده است و p_1 و p_2 قیمت دو کالای q_1 و q_2 هستند.

$p_1 q_1$ نیز مقدار پولی است که صرف خرید کالای Q_1 می‌کنید و $(p_2 q_2)$ نیز مقدار پولی است که صرف خرید کالای Q_2 می‌کند. مصرف کننده سعی می‌کند تابع مطلوبیت خود را با توجه به محدودیت خط بودجه به حداکثر برساند.

بنابراین با توجه به تابع لاگرانژ داریم:

$$V = f(q_1, q_2) + \lambda (y^* - p_1 q_1 - p_2 q_2)$$

مشتق جزئی رابطه بالا را نسبت به q_1 و q_2 و λ مساوی صفر قرار دهیم:

$$\frac{\partial V}{\partial q_1} = f_1 - \lambda p_1 = 0 \quad \Rightarrow \lambda = \frac{f_1}{p_1}$$

$$\frac{\partial V}{\partial q_2} = f_2 - \lambda p_2 = 0 \quad \Rightarrow \lambda = \frac{f_2}{p_2}$$

$$\frac{\partial V}{\partial \lambda} = y^* - p_1 q_1 - p_2 q_2 = 0$$



از رابطه‌ی اول و دوم داریم:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

در این شرایط برای اینکه مطلوبیت فرد به حداکثر برسد لازم است نسبت مطلوبیت نهایی دو کالا معادل نسبت قیمت آنها باشد.

از طرفی دو معادله‌ی اول را می‌توان به شکل زیر بنویسیم:

$$\frac{f_1}{p_1} = \frac{f_2}{p_2} = \lambda$$

نسبت مطلوبیت نهایی به قیمت باید برای همه کالاها برابر باشد. این نسبت معین کننده نرخی است که اگر یک دلار اضافی برای کالای معینی خرج شود، رضایت خاطر او را افزایش می‌دهد. اگر بتوان رضایت خاطر بیشتری از هزینه کردن یک دلار اضافی برای خرید کالای Q_1 نسبت به خرج برای Q_2 به دست آورده مصرف کننده مطلوبیت خود را به حداکثر نخواهد رسانید. وی تنها زمانی می‌تواند مطلوبیت خود را افزایش دهد که بخشی از مخارج بر روی کالای Q_2 را به کالای Q_1 انتقال دهد شرط ثانوی همانند شرط اولیه می‌بایستی ارضاء شود تا مطلوبیت مصرف کننده به حداکثر برسد. بنابراین باید دترمینان هشین حاشیه‌دار زیر مثبت باشد.

$$\begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & -p_1 \\ f_{21} & f_{22} & -p_2 \\ -p_1 & -p_2 & 0 \end{vmatrix} > 0$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$2f_{12}f_{11}p_2 - f_{11}p_2^2 - f_{22}f_{11}^2 > 0$$

اگر به جای p_1 و p_2 مقادیر مساوی آن یعنی $p_1 = \frac{f_1}{\lambda}$ و $p_2 = \frac{f_2}{\lambda}$ را قرار دهیم و با شرط اینکه $\lambda^2 > 0$

آنها را در یکدیگر ضرب کنیم خواهیم داشت:

$$2f_{12}f_1f_2 - f_{11}f_2^2 - f_{22}f_1^2 > 0$$

نابرابری بالا فرض شبه مقعر بودن تابع مطلوبیت را توجیه می‌کند. بنابراین، این فرض (شبه مقعر بودن تابع مطلوبیت) تضمین می‌کند که شرط ثانوی در هر نقطه که در آن شرط اولیه ارضاء شده است حاصل می‌شود. و حداکثر رسانیدن مطلوبیت با توجه به محدودیت راه حل منحصر به فرد است.

به طور مثال: فرض کنید تابع مطلوبیت $U = q_1q_2$ باشد که در آن $p_1 = 2$ دلار و $p_2 = 5$ دلار است و درآمد مصرف کننده معادل ۱۰۰ دلار باشد، در این شرایط خواهیم داشت:

$$100 - 2q_1 - 5q_2 = 0$$

از رابطه‌ی فوق خواهیم داشت:

$$V = q_1q_2 + \lambda(100 - 2q_1 - 5q_2)$$

اگر در تابع فوق نسبت به q_1 و q_2 و λ مشتق بگیریم خواهیم داشت:

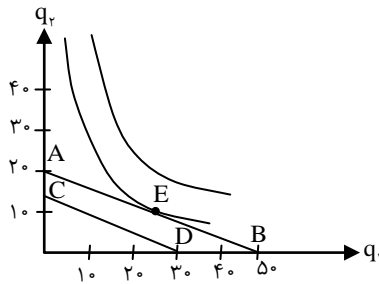
$$q_2 - 2\lambda = 0$$

$$q_1 - 5\lambda = 0$$

$$100 - 2q_1 - 5q_2 = 0$$

از حل سه رابطه‌ی فوق خواهیم داشت: $q_1 = 25$ و $q_2 = 10$ و $\lambda = 5$.

شرط دوم نیز با گرفتن مشتق جزئی دوم به دست خواهد آمد. و مصرف کننده از طریق مصرف این ترکیب دو کالا قادر خواهد بود تا مطلوبیت خود را به حداکثر برساند.



خط قیمت AD نمایانگر همان خط بودجه نیز هست که معادله آن $100 - 2q_1 - 5q_2 = 0$ است.

مصرف کننده مایل است؛ به بالاترین منحنی بی تفاوتی دست یابد که حداقل یک نقطه تماس با خط AB داشته باشد. بنابراین نقطه تعادل E خواهد بود که در آن AB با یک منحنی بی تفاوتی مماس است.

حرکت از نقطه‌ی E به هر طرف سبب کاهش سطح مطلوبیت خواهد شد، شیب خط قیمت ثابت و برابر $\frac{-p_1}{p_2}$ است

که در مثال مورد نظر، شیب خط قیمت $\frac{-2}{5}$ است. در نقطه E شیب خط قیمت و منحنی بی تفاوتی برابر هستند.

در این شرایط شیب منحنی بی تفاوتی معادل $\frac{-q_2}{q_1}$ است و در نتیجه نرخ جانشینی کالا $\left(\frac{q_2}{q_1}\right)$ برابر با $\frac{1}{25}$ است. که

برابر با قیمت دو کالا است. در این حالت شرط ثانوی نیز ارضا می‌شود. منحنی‌های بی تفاوتی نسبت به مبداء مختصات

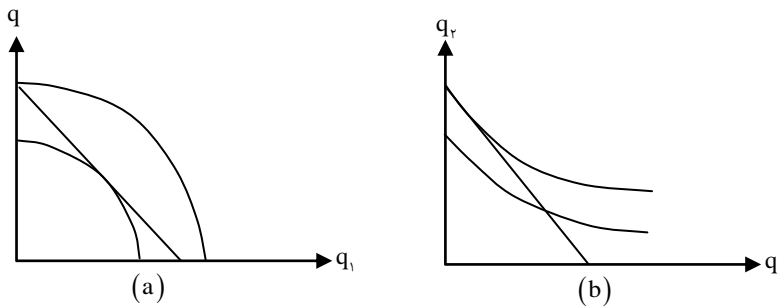
$$\frac{-d^2q_2}{dq_1^2} = -\frac{2q_1}{q_1^2} < 0 \text{ یعنی: } (E) \text{ روند نزولی دارد.}$$

یادآوری:

لازم به ذکر است اعدادی که تابع مطلوبیت برای هر کدام از ترکیبات مختلف از دو کالا در نظر می‌گیرد اهمیت چندانی نخواهد داشت، تا آنها فقط معرف شاخص رضایت خاطر مصرف کننده هستند و اعداد کاملاً قراردادی هستند و هیچ معنی دیگری ندارند.

دو مورد خاص:

برای به حداکثر رسانیدن تابع مطلوبیت همیشه رعایت شرط اولیه الزامی نیست. دو مورد استثنایی این قضیه به تصویر کشیده شده‌اند.



در مورد اول (a) منحنی‌های بی‌تفاوتی نسبت به مبدأ مختصات به جای اینکه مقعر باشد محدب هستند. یعنی پیش‌فرض شبیه مقعر بودن منحنی‌های بی‌تفاوتی نادیده گرفته شده است و نسبت به مبدأ محورهای مختصات به بیرون خمیدگی دارند. در این حالت شرط اولیه برای به حداکثر رسانیدن مطلوبیت در نقطه تماس خط قیمت و منحنی بی‌تفاوتی به دست می‌آید اما شرط دوم ارضا نمی‌شود. بنابراین این نقطه نمایانگر محل حداقل مطلوبیت است و در قسمت (a) مصرف کننده تنها از کالای Q_r خواهد خرید.

اما در قسمت (b) منحنی‌های بی‌تفاوتی همه جا شیب کمتری از خط قیمت دارند و در نتیجه ایجاد تماس بین منحنی بی‌تفاوتی و خط قیمت ناممکن است و شرط اول را به دلیل محدودیتهای $q_1 > 0$ و $q_2 \geq 0$ نمی‌توان ارضا کرد. در نتیجه موقعیت بهینه مصرف کننده مجدداً از راه حل گوشه‌ای به دست می‌آید، در بالاترین نقطه، تنها می‌توان Q_r خریداری کرد.

توابع تقاضا:

توابع معمولی تقاضا: (ordinary Demand=OD)

تابع معمولی تقاضا برای مصرف کننده، مقدار کالایی را که مصرف کننده به صورت تابعی از قیمت کالاها و درآمد خود خریداری می‌کند نشان می‌دهد. توابع تقاضا را می‌توان از تجزیه و تحلیل به حداکثر رسانیدن مطلوبیت استخراج کرد.

فرض می‌کنیم تابع مطلوبیت $U = q_1 q_2$ و رابطه خط بودجه به صورت $y - p_1 q_1 - p_2 q_2 = 0$ است آنگاه خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \max u = q_1 q_2 \\ \text{s.t. } y = p_1 q_1 + p_2 q_2 \end{cases}$$

مشتق اول تابع مذکور را نسبت به q_1 و q_2 و λ می‌گیریم و مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$\frac{\partial V}{\partial q_1} = q_2 - p_1 \lambda = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial q_2} = q_1 - p_2 \lambda = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial \lambda} = y - p_1 q_1 - p_2 q_2 = 0$$

از حل رابطه بالا برای q_1 و q_2 ، توابع تقاضا را به دست می‌آوریم:

$$q_1 = \frac{y^*}{2p_1}, \quad q_2 = \frac{y^*}{2p_2}$$

توابع تقاضا دارای دو خصوصیت عمده هستند: (۱) تقاضا برای هر کالا یک تابع تک مقداری از سطح قیمتها و درآمد است. (۲) توابع تقاضا از نوع توابع همگن درجه صفر از قیمتها و درآمد هستند.

اولین خصوصیت، نتیجه کاملاً شبه مقعر بودن تابع مطلوبیت است.

در مورد خصوصیت دوم فرض کنید، اگر تمام قیمتها و درآمد به یک نسبت تغییر کنند، آنگاه رابطه خط بودجه عبارتست از:

$$ky^* - kp_1q_1 - kp_2q_2 = 0$$

در رابطه بالا k عامل ثابت است، در این حالت:

$$V = f(q_1, q_2) + \lambda(ky^* - kp_1q_1 - kp_2q_2)$$

$$\begin{cases} \frac{f_1}{f_2} = \frac{kp_1}{kp_2} & \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{p_1}{p_2} \\ ky = kp_1q_1 + kp_2q_2 & \Rightarrow y = p_1q_1 + p_2q_2 \end{cases}$$

توابع تقاضای جبرانی

موقعیتی را در نظر بگیرید که پس از تغییر در قیمت، مقامات دولتی با برقراری مالیات یا سوبسید بر مصرف‌کننده‌ای مطلوبیت او را بدون تغییر باقی می‌گذارند و فرض کنید این عمل از طریق پرداخت یکجا مصرف‌کننده صورت گیرد. در این شرایط تابع تقاضای جبرانی مصرف‌کننده، مقدار خرید کالاها را به صورت تابعی از قیمت آن نشان می‌دهد و از طریق به حداقل رسانیدن مخارج مصرف‌کننده با توجه به این محدودیت که مطلوبیت آن در سطح u^* ثابت باشد به دست می‌آید.

به طور مثال تابع مطلوبیت مصرف‌کننده $U = q_1q_2$ را در نظر می‌گیریم در این حالت خواهیم داشت:

$$Z = p_1q_1 + p_2q_2 + \mu(U^* - q_1q_2)$$

$$\text{آنگاه: } \frac{\partial Z}{\partial q_1} = p_1 - \mu q_2 = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial q_2} = p_2 - \mu q_1 = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \mu} = U^* - q_1q_2 = 0$$

با حل معادلات فوق خواهیم داشت:

$$q_1 = \sqrt{\frac{U^* p_2}{p_1}}, \quad q_2 = \sqrt{\frac{U^* p_1}{p_2}}$$



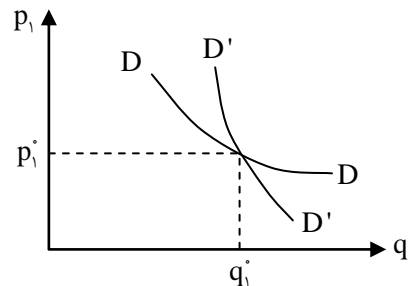
این توابع نیز همگن از درجه صفر از قیمت‌ها هستند.

لم شپارد: در صورتی که تابع مخارج مصرف کننده را داشته باشیم: آنگاه توابع تقاضای جبرانی را می‌توان از رابطه

زیر به دست آورد:

$$E = E(P, u)$$

$$h_i(p, u) = \frac{\theta E(p, u)}{\partial p_i}$$



تابع مطلوبیت غیرمستقیم:

تابع مطلوبیت مستقیم بر $u = u(x)$ را در نظر بگیرید، آنگاه تقاضا برای کالاهای مختلف به صورت n معادله از نوع $x = x(p, E)$ از طریق ماکزیمم کردن تابع مزبور با توجه به محدودیت بودجه حاصل می‌شود. حال در صورتی که از توابع تقاضا برای x در تابع مطلوبیت جایگزین کنیم، تابع مطلوبیت به صورت تابعی از سطح قیمت‌ها و درآمد مصرف کننده به دست می‌آید.

$$u = u(x) = u(x(P, E)) = V(P, E)$$

تابع فوق که به طور خلاصه به صورت:

$$V = V(P, E)$$

نشان داده می‌شود در اصطلاح «تابع مطلوبیت غیرمستقیم» خوانده می‌شود.

یکی از موارد عمده استفاده از توابع مطلوبیت غیرمستقیم، استخراج معادلات تقاضا از آنهاست. با استفاده از قضیه ری می‌توان توابع تقاضای معمولی را از تابع مطلوبیت غیرمستقیم به دست آورد.

قضیه ری:

اگر تمام قیمت‌ها و درآمد مثبت باشند، توابع تقاضای معمولی با توجه به رابطه زیر از تابع مطلوبیت غیرمستقیم به دست می‌آیند.

$$x_i(P, E) = \frac{\partial V(P, E)}{\partial p_i} \cdot \frac{\partial V(P, E)}{\partial E}$$

مثال: تابع مطلوبیت مصرف کننده را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$u = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$$

در این صورت محدودیت بودجه مصرف کننده نیز به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$E = p_1 x_1 + p_2 x_2$$

اگر بخواهیم تابع مطلوبیت را بر حسب محدودیت بودجه حداکثر کنیم، یعنی:



$$\max u = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$$

$$\text{s.t. } P_1 x_1 + P_2 x_2 \leq E$$

می‌توانیم از محدودیت بودجه برای یکی از متغیرها در تابع مطلوبیت جایگزین کنیم و مشتق آنرا مساوی صفر قرار دهیم (در صورتی که تعداد کالاها بیشتر باشد از روش لاگرانژ استفاده می‌کنیم).

$$u = \left[\frac{E - P_2 x_2}{P_1} \right]^\alpha x_2^{1-\alpha}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2} = \alpha \left(-\frac{P_2}{P_1} \right) x_2^{-1} + (1-\alpha) \left(\frac{E - P_2 x_2}{P_1} \right)^{\alpha-1} = 0$$

از حل تساوی فوق برای x_2 تابع تقاضای معمولی برای کالای دوم را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$x_2 = (1-\alpha) \frac{E}{P_2}$$

پس از جایگزین رابطه فوق در خط بودجه و حل آن برای x_1 :

$$x_1 = \alpha \frac{E}{P_1}$$

اگر بخواهیم معادلات تقاضای جبران شده را به دست آوریم، ضروری است مسئله زیر را حل کنیم:

$$\min p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq E$$

$$\text{s.t. } x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} = \bar{u}$$

برای این منظور، می‌توان از رابطه مطلوبیت برای یکی از کالاها، در رابطه بودجه قرار داد و سپس مختصات می‌نی‌مم آن را به دست آورد:

$$E = p_1 \left[\frac{\bar{u}}{x_2^{1-\alpha}} \right]^\alpha + p_2 x_2$$

$$\frac{\partial E}{\partial x_2} = p_1 \frac{(\alpha-1)}{\alpha} \bar{u}^{\frac{1}{\alpha}} x_2^{-\frac{1}{\alpha}} + P_2 = 0 \Rightarrow x_2 = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{P_1}{P_2} \right)^\alpha \cdot \bar{u}$$

به همین ترتیب با جایگزین معادله تقاضای کالای دوم در تابع مطلوبیت، تقاضای جبران شده برای کالای اول نیز به دست می‌آید.

$$x_1 = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \frac{P_2}{P_1} \right)^{1-\alpha} \cdot \bar{u}$$

با استفاده از این توابع، تابع مطلوبیت غیرمستقیم عبارتست از:

$$V = \left[\frac{\alpha E}{P_1} \right]^\alpha \left[(1-\alpha) \frac{E}{P_2} \right]^{1-\alpha} = \alpha^\alpha (1-\alpha)^{(1-\alpha)} \frac{E}{P_1^\alpha P_2^{1-\alpha}}$$

حال اگر تابع مطلوبیت غیرمستقیم فوق را داشته باشیم، با استفاده از قضیه ری، تابع تقاضا برای کالاها قابل استخراج است.

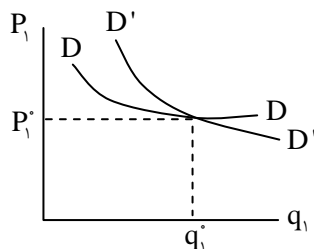
$$x_1 = -\frac{\frac{\partial V}{\partial P_1}}{\frac{\partial V}{\partial E}} = \alpha \frac{E}{p_1} \quad \text{و} \quad x_2 = -\frac{\frac{\partial V}{\partial P_2}}{\frac{\partial V}{\partial E}} = (1-\alpha) \frac{E}{p_2}$$

منحنی تقاضا:

به طور کلی تابع معمولی تقاضا برای کالای Q_1 عبارتست از:

$$q_1 = D(p_1)$$

اغلب فرض بر اینست که تابع تقاضا دارای یک تابع معکوس باشد. تابع معکوس تقاضا منحنی تقاضا را به ما خواهد داد. توابع تقاضا دارای شیب منفی هستند.



در شکل بالا DD منحنی معمولی تقاضا و $D'D'$ منحنی تقاضای جبرانی است. در محل برخورد دو منحنی، قیمت و مقدار P_1^* و q_1^* برای هر دو تابع قابل قبول هستند و سطح مطلوبیت به دست آمده در هر دو تابع در این نقطه یکسان است. در سطح قیمت کمتر از p_1^* درآمد جبرانی منفی خواهد بود و منحنی تقاضای جبرانی در هر سطح قیمت مقدار کمتری کالا به دست می‌دهد و در سطح قیمت بیشتر از P_1^* نتیجه برعکس خواهد بود.

کشش‌های قیمتی و درآمدی تقاضا:

کشش قیمتی تقاضا عبارتست از نسبت نرخ تغییرات نسبی q_1 ، به نرخ تغییرات نسبی قیمت خود کالا.

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial(\ln q_1)}{\partial \ln(p_1)} = \frac{p_1}{q_1} \cdot \frac{\partial q_1}{\partial p_1}$$

کالاهایی که کشش تقاضای آنها بزرگ باشد، ($\varepsilon_{11} < -1$) غالباً از کالاهای لوکس و تجملی تشکیل می‌شوند و در مقابل کالاهایی که از کشش تقاضای کمتری برخوردار هستند. ($\varepsilon_{11} > -1$) معمولاً از کالاهایی ضروری هستند. اگر منحنی تقاضا شیب نزولی داشته باشد. کشش ε_{11} منفی خواهد بود.

کشش متقابل قیمتی تقاضا بر تابع تقاضای معمولی با تغییر متناسب در مقدار یکی از دو کالا نسبت به تغییر متناسب در قیمت کالای دیگر ارتباط دارد.

$$\varepsilon_{21} = \frac{\partial(\ln q_2)}{\partial(\ln p_1)} = \frac{p_1}{q_2} \cdot \frac{\partial q_2}{\partial p_1}$$

کشش متقابل قیمتی تقاضا ممکن است منفی و یا مثبت باشد.



رابطه‌ی مقابل بین کشش خود قیمتی و کشش متقابل قیمتی وجود دارد:

$$\alpha_1 \varepsilon_{11} + \alpha_r \varepsilon_{r1} = -\alpha_1$$

که در آن $\alpha_1 = \frac{p_1 q_1}{y}$ و $\alpha_r = \frac{p_r q_r}{y}$ سهم هزینه تامین در کالای Q_1 و Q_r هستند. این رابطه را شرط جمعی کونات می نامند.

$$\text{اگر } \varepsilon_{11} = -1 \Rightarrow \varepsilon_{r1} = 0$$

$$\text{اگر } \varepsilon_{11} < -1 \Rightarrow \varepsilon_{r1} > 0$$

$$\text{اگر } \varepsilon_{11} > -1 \Rightarrow \varepsilon_{r1} < 0$$

اما در مورد توابع تقاضای جبرانی رابطه‌ی زیر صادق خواهد بود:

$$\alpha_1 \varepsilon_{11} + \alpha_r \varepsilon_{r1} = 0$$

از آنجا که $\varepsilon_{11} < 0$ است پس می توان نتیجه گرفت $\varepsilon_{r1} > 0$ می باشد.

کشش درآمدی تقاضا برای یک تابع تقاضای معمولی عبارتست از تغییر متناسب در مقدار خرید یک کالا نسبت به تغییر متناسب در درآمد به شرط آنکه قیمت‌ها ثابت باشند.

$$\eta_1 = \frac{\partial(\text{Ln}q_1)}{\partial(\text{Ln}y)} = \frac{y}{q_1} \cdot \frac{\partial q_1}{\partial y}$$

$$\alpha_1 \eta_1 + \alpha_r \eta_r = 1$$

درآمد و فراغت:

فرض کنید که رضایت خاطر مصرف کننده بستگی به درآمد (y) و فراغت (L) او داشته باشد. تابع مطلوبیت وی در این حالت عبارتست از:

$$U = g(L, y)$$

نرخ جایگزینی درآمد برای فراغت عبارتست از:

$$\frac{-dy}{dL} = \frac{g_1}{g_r}$$

اگر مقدار کار مصرف کننده را با w و دستمزد او را با r و کل زمان موجود در دسترس را با T نشان دهیم آنگاه:

$$L = T - w$$

$$y = rw$$

$$u = g(T - w, rw)$$

و رابطه خط بودجه خواهد بود.

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{du}{dw} = -g_1 + g_r r = 0$$

برای به حداکثر رساندن تابع مطلوبیت:



$$\Rightarrow \frac{dy}{dL} = \frac{g_1}{g_2} = r$$

رابطه‌ی فوق نشان می‌دهد نرخ جایگزینی درآمد برای فراغت با مقدار دستمزد دریافتی برابر است.

$$\Rightarrow -\frac{dy}{dL} = \frac{g_1}{g_2} = r$$

برای تعیین شرط ثانویه لازم است. $\frac{d^2U}{dw^2} < 0$ باشد.

به طور مثال فرض کنید تابع مطلوبیت مصرف کننده برای یک روز بنا به تعریف برابر $U = \alpha L + Ly - L^2$ باشد، پس خواهیم داشت:

$$U = \alpha L(T - w) + (T - w)wr - (T - w)^2$$

از رابطه‌ی فوق مشتق می‌گیریم و مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$\frac{du}{dw} = -\alpha - wr + r(T - w) + 2(T - w) = 0$$

$$w = \frac{T(r+2) - \alpha}{2(r+1)} \quad \text{و یا:}$$

$$\frac{d^2U}{dw^2} = -2(r+1) < 0$$

اثرات جانشینی و درآمدی

معادله اسلاتسکی

یکی از پرسش‌های اساسی که در نظریه مصرف مورد بررسی قرار می‌گیرد، اثر تغییر قیمت یک کالا بر مقدار مورد تقاضا از همان کالا و یا کالاهای دیگر است. در صورتی که یک دستگاه معادلات تقاضای معمولی را در نظر بگیریم، تغییر قیمت یک کالا دو نوع اثر متمایز بر مقدار مصرف همان کالا و یا کالاهای دیگر اعمال می‌کند از یک سوی تغییر قیمت کالا بر قدرت خرید مصرف کننده اثر می‌گذارد. از سوی دیگر افزایش قیمت کالای خاص (مانند چای) سبب می‌شود که آن کالا نسبت به سایر کالاها گرانتر شده و در نتیجه کمتر مصرف شود. همچنین مقدار مصرف کالاهایی که در مصرف، مکمل کالای مزبور محسوب می‌شوند، (مانند چای و قند) کاهش یافته و میزان مصرف کالاهای جانشین (مانند چای و قهوه) افزایش می‌یابد. به این ترتیب ملاحظه می‌شود که اثر تغییر قیمت یک کالا بر سطح مصرف کالاهای مختلف به دو بخش قابل تفکیک است. یکی اثر درآمدی که مربوط به اثر تغییرات قیمت بر قدرت خرید مصرف کننده است. و دیگری اثر جایگزینی که مربوط به مصرف کمتر کالایی است که به نسبت گرانتر شده و یا مصرف بیشتر کالایی است که به نسبت ارزانتر شده است. به منظور تفکیک اثر تغییر قیمت به دو جزء اثر درآمدی و اثر جایگزینی، از رابطه زیر که به رابطه اسلاتسکی مشهور است، استفاده می‌شود.

$$\frac{\partial x_i}{\partial p_j} = \frac{\partial h_i}{\partial p_j} - \frac{\partial x_i}{\partial E} \cdot x_j$$

$$i, j = 1, \dots, n$$

در معادله فوق، عبارت اول دست راست تساوی اثر جایگزینی و عبارت دوم اثر درآمدی خوانده می‌شود. همان گونه که از معادله فوق برداشت می‌شود، اثر جایگزینی مربوط به اثر تغییر قیمت بر میزان تقاضای جبران شده است.

معادله اسلاتسکی را از روش‌های مختلف می‌توان اثبات کرد. لیکن ساده‌ترین روش استفاده از روابط مربوط به همزادی است. در اینجا با استفاده از این روش معادله اسلاتسکی اثبات می‌شود.

تابع تقاضای معمولی برای کالای i را در نظر می‌گیریم:

$$x_i = x_i(P, E)$$

با استفاده از تابع مخارج برای E در رابطه فوق جایگزین می‌کنیم. در صورتی که سطح مطلوبیت را معادل مقدار ثابت \bar{u} در نظر بگیریم. تابع فوق به یک تابع تقاضای جبران شده تبدیل می‌شود.

$$h_i = x_i(p, E(p, \bar{u})) = h_i(p, \bar{u})$$

حال از رابطه فوق بر حسب قیمت کالای j مشتق می‌گیریم و مشتق مزبور را در نقطه \bar{P} و \bar{u} ارزشیابی می‌کنیم.

$$\frac{\partial h_i(\bar{p}, \bar{u})}{\partial p_j} = \frac{\partial x_i(\bar{P}, \bar{E})}{\partial p_j} + \frac{\partial x_i(\bar{P}, \bar{E})}{\partial E} \cdot \frac{\partial E(\bar{P}, \bar{u})}{\partial p_j}$$

در رابطه فوق با توجه به لم شپارد داریم:

$$h_j(\bar{p}, \bar{u}) = \frac{\partial E(\bar{p}, \bar{u})}{\partial p_j}$$

و در نتیجه چون در یک سطح مطلوبیت و قیمت خاص توابع تقاضای جبران شده و توابع تقاضای معمولی با یکدیگر برابرند، بنابراین:

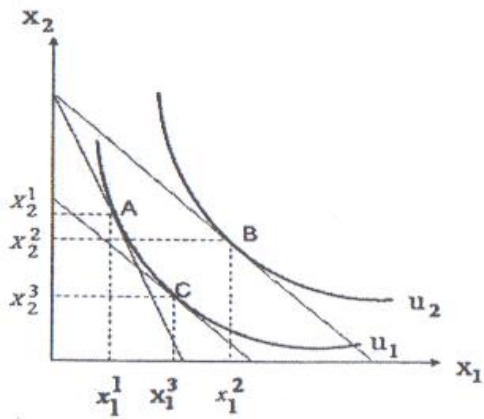
$$x_j(\bar{p}, \bar{E}) = h_j(\bar{p}, \bar{u})$$

از طریق جایگزینی رابطه‌های بالا و جابجایی عبارت‌ها، رابطه اسلاتسکی به دست می‌آید. از آنجا که روابط مزبور در تمام قیمت‌ها صادق است، می‌توان به جای \bar{p} متغیر p را قرار داد.

ایده اساسی معادله اسلاتسکی را می‌توان با استفاده از نمودار نیز ارائه کرد. اگر شرایط تعادل اولیه مانند A را در نمودار پایین در نظر بگیریم و فرض کنیم قیمت کالای اول به نحوی کاهش یابد که تعادل مزبور به نقطه B تغییر مکان یابد، مقدار بهینه مصرف کالای اول از x_1^0 به x_1^1 و مقدار بهینه مصرف کالای دوم از x_2^0 به x_2^1 تغییر می‌یابد. به منظور جبران اثر درآمدی این کاهش قیمت، می‌توان خط بودجه را به طور موازی به سمت چپ به نحوی انتقال داد که دوباره با همان منحنی بی تفاوتی قبلی مماس شود. به این ترتیب اثر کاهش قیمت در افزایش مقدار تقاضا برای



کالای اول از x_1 به x_2 به دو قسمت x_1^2 x_1^3 که نشان دهنده اثر درآمدی و x_1^1 x_1^3 که نشان دهنده اثر جایگزینی است تفکیک می شود. می توان استدلال مشابهی را در مورد کالای دوم نیز مطرح کرد.



تمرین

۱- تعیین کنید آیا تابع زیر مطلوبیت زیر برای دامنه‌های $q_1 > 0$ و $q_2 > 0$ کاملاً مقعر (شبه مقعر) هستند.

$$u = q_1^2 + q_2^2$$

جواب:

برای آنکه تابع مطلوبیت اکیداً شبه مقعر باشد باید نابرابری زیر برقرار گردد. مشتقات جزئی را محاسبه می‌کنیم:

$$2f_{11}f_{22} - f_{11}^2f_2^2 - f_{22}^2f_1^2 > 0$$

$$f_{11} = 2q_1 \quad f_{22} = 2q_2 \quad f_{12} = f_{21} = 0 \quad f_{11} = 2 \quad f_{22} = 2$$

در رابطه قرار می‌دهیم.

$$2(0)(2q_1)(2q_2) - (2)(2q_2)^2 - 2(2q_1)^2 > 0$$

$$-8q_2^2 - 8q_1^2 > 0 \quad -(q_1^2 + q_2^2) > 0 \quad q_1^2 + q_2^2 < 0$$

پس این تابع اکیداً شبه مقعر نیست. چون هیچ گاه حاصل جمع مجذور دو عدد کوچکتر از صفر نخواهد شد.

۲- اگر تابع مطلوبیت و رابطه خط بودجه یک مصرف‌کننده به ترتیب $u = q_1^{1/5}q_2$ و $3q_1 + 4q_2 = 100$ باشند خریدهای بهینه مصرف‌کننده از دو کالا را تعیین کنید.

جواب:

تابع لاگرانژ را تشکیل می‌دهیم.

$$U = q_1^{1/5}q_2 + \lambda(100 - 3q_1 - 4q_2)$$

مشتقات جزئی را محاسبه و برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$\left. \begin{aligned} U_1 = 1/5 q_1^{-4/5} q_2 - 3\lambda = 0 \\ U_2 = q_1^{1/5} - 4\lambda = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1/5 q_1^{-4/5} q_2}{q_1^{1/5}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{1/5 q_2}{q_1} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 6q_2 = 3q_1 \Rightarrow q_1 = 2q_2$$

$$\frac{\partial u}{\partial \lambda} = 100 - 3q_1 - 4q_2 = 0 \Rightarrow 100 - 3(2q_2) - 4q_2 = 0 \Rightarrow q_2 = 10, q_1 = 20$$

۳- اگر تابع مطلوبیت مصرف‌کننده $U = 2q_1q_2 + q_2$ باشند، توابع تقاضای معمولی و جبرانی را به دست آورید و نیز عبارات ϵ_{11} و ϵ_{12} و η_1 را توجیه کنید.

جواب:

برای به دست آوردن تابع تقاضای معمولی تابع لاگرانژ را تشکیل می‌دهیم.

$$L = 2q_1q_2 + q_2 + \lambda(y - p_1q_1 - p_2q_2)$$



$$\begin{aligned}
 U_1 = \alpha q_1 - \lambda p_1 = 0 &\Rightarrow \alpha q_1 = p_1 \lambda \\
 U_2 = \alpha q_2 - \lambda p_2 = 0 &\Rightarrow \alpha q_2 + 1 = \lambda p_2 \quad \left. \begin{array}{l} \alpha q_1 = p_1 \lambda \\ \alpha q_2 + 1 = \lambda p_2 \end{array} \right\} \frac{\alpha q_1}{\alpha q_2 + 1} = \frac{p_1}{p_2} \\
 \frac{\partial L}{\partial \lambda} = y - p_1 q_1 - p_2 q_2 = 0 &\Rightarrow \alpha p_2 q_1 = \alpha p_1 q_2 + p_2 \\
 \alpha p_1 q_1 &= \alpha p_2 q_2 - p_2 \\
 q_1 &= q_2 \frac{p_2}{p_1} - \frac{1}{\alpha} \\
 q_2 &= \frac{p_1}{p_2} q_1 + \frac{p_1}{\alpha p_2}
 \end{aligned}$$

این مقدار را در خط بودجه قرار می‌دهیم:

$$y - p_1 q_1 - p_2 \left(\frac{p_1}{p_2} q_1 + \frac{p_1}{\alpha p_2} \right) = 0$$

$$y - p_1 q_1 - p_1 q_1 - \frac{p_1}{\alpha} = 0 \Rightarrow p_1 (\alpha q_1 + 1) = \alpha y$$

$$q_1 = \frac{\alpha y}{\alpha p_1} - \frac{1}{\alpha} \quad \text{تابع تقاضا برای } q_1$$

برای محاسبه کشش داریم:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\Delta q_1}{\Delta p_1} \cdot \frac{p_1}{q_1}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{11} = -\frac{y}{\alpha p_1^2} \cdot \frac{p_1}{q_1} = -\frac{y}{\alpha p_1^2} \cdot \frac{\alpha p_1^2}{\alpha y - p_1}$$

$$\frac{\Delta q_1}{\Delta p_1} = -\frac{y}{\alpha p_1^2}$$

$$-y \cdot \frac{\alpha}{\alpha y - p_1} \Rightarrow \left| -\frac{\alpha y}{\alpha y - p_1} \right| > 1$$

چون $p_1 > 0$ است همواره مخارج از صورت کوچکتر است و کل کسر بزرگتر از یک می‌گردد. کشش درآمدی:

$$\left. \begin{array}{l} \eta = \frac{\Delta q}{\Delta y} \cdot \frac{y}{q} \\ \frac{\Delta q}{\Delta y} = \frac{1}{\alpha} p_1 \end{array} \right\} \eta = \frac{1}{\alpha} p_1 \cdot \frac{\alpha p_1 y}{\alpha y - p_1} \Rightarrow \frac{\alpha y}{\alpha y - p_1} > 1$$

کشش درآمدی بزرگتر از یک است یعنی کالا تجمعی یا لوکس است.

برای به دست آوردن تابع تقاضای جبرانی باید مخارج را حداقل نماییم با یک مطلوبیت ثابت، پس تابع لاگرانژ را به صورت زیر تشکیل می‌دهیم.



$$p_1 q_1 + p_r q_r + \lambda (U^* - r p_1 q_1 - q_r)$$

$$L u_1 = p_1 - r \lambda q_r = 0$$

$$L u_r = p_r + \lambda (-r q_1 - 1) = 0$$

$$L u \lambda = U^* - r q_1 q_r - q_r = 0$$

$$\frac{p_1}{p_r} = \frac{r q_r}{r q_1 + 1} \Rightarrow r p_r q_r = r p_1 q_1 + p_1$$

$$q_r = q_1 \frac{p_1}{p_r} + \frac{p_1}{r p_r}$$

$$q_1 = q_r \frac{p_r}{p_1} - \frac{1}{r}$$

q_1 را در تابع مطلوبیت قرار می‌دهیم:

$$U^* - r q_r \left(q_r \frac{p_r}{p_1} - \frac{1}{r} \right) - q_1 = 0$$

در $r p_1$ ضرب می‌کنیم.

$$r p_1 u^* - r q_r p_r + r q_r p_1 - r q_r p_1 = 0$$

$$p_1 u^* - r q_r p_r \Rightarrow q_r = \frac{p_1 u^*}{r p_r}$$

$$q_r = \sqrt{\frac{p_1 u^*}{r p_r}} \quad q_1 = \sqrt{\frac{p_1 u^*}{r p_r}} \cdot \frac{p_r}{p_1} - \frac{1}{r}$$

$$\varepsilon_{1r} = \frac{\Delta q_1}{\Delta p_r} \frac{p_r}{q_1} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{u p_1}{p_r}} = \frac{p_r}{\sqrt{\frac{p_r n - p_1}{r p_r}}}$$

فصل دوم

نظریه رفتار تولید کننده

تئوری بنگاه اقتصادی

توابع تولید همگن

