به نام خداوند بخشنده مهربان

موسسه آموزش عالی آزاد ماهان
www.mahan.ac.ir

آمادگی آزمون دکتری

فیزیک عمومی (۳)

ترمودینامیک

مجموعه: فیزیک

(فیزیک عمومی ـ فیزیک دریا ـ نانوفیزیک)

مؤلف:

احسان تنهایی

ماهان
مشاوران صعود

تنهایی، احسان
فیزیک عمومی (۳) ترمودینامیک مجموعه فیزیک (علوم و فناوری نانو ـ نانو فیزیک)/ احسان تنهایی
مشاوران صعود ماهان: ۱٤۰۱
۲۷۰ص: جدول، نمودار (آمادگی آزمون دکتری مجموعه فیزیک)
ISB/N: 978-600-458-653 -5
فهرستنویسی بر اساس اطلاعات فیپا.
فارسی ـ چاپ اول
ترمودینامیک
احسان تنهایی
ج ـ عنوان
کتابخانه ملی ایران ۵۷۵۱۸۷٤

انتشارات مشاوران صعود ماهان

❐ نام کتاب: ..... فیزیک عمومی (۳) ترمودینامیک
❐ مدیران مسئول: ..... مجید و هادی سیّاری
❐ مولف: ..... احسان تنهایی
❐ مسئول برنامه‌ریزی و تولید محتوا: ..... سمیه بیگی
❐ ناشر: ..... مشاوران صعود ماهان
❐ نوبت و تاریخ چاپ: ..... اول /۱۴۰۱
❐ تیراژ: ..... ۱۰۰۰ نسخه
❐ قیمت: ..... ۳/۱۹۰/۰۰۰ ریال
❐ شابک: ISBN۹۷۸-۶۰۰-۴۵۸- ۶۵۳-۵

انتشارات مشاوران صعود ماهان: تهران ـ خیابان ولیعصر، بالاتر از تقاطع ولیعصر مطهری، پلاک ۲۰۵۰
تلفن: ۸۸۱۰۰۱۱۳ و ۸۸۴۰۱۳۱۳

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به موسسه آموزش عالی آزاد ماهان می‌باشد. و هرگونه اقتباس و کپی‌برداری از این اثر بدون اخذ مجوز پیگرد قانونی دارد.

مقدمه ناشر

بنام خدا

ایمان داریم که هر تغییر و تحول بزرگی در مسیر زندگی بدون تحول معرفت و نگرش میسر نخواهد بود. پس بیایید با اندیشه توکل، تفکر، تلاش و تحمل در توسعه دنیای فکریمان برای نیل به آرامش و آسایش توأمان اولین گام را برداریم. چون همگی یقین داریم دانایی، توانایی می‌آورد.

شاد باشید و دلی را شاد کنید

برادران سیاری

مقدمه مولف

با توجه به منابع پراکنده موجود در این درس و تدریس آن در دانشگاه‌ها به صورت نادرست در هر رشته، اقدام به تالیف منبعی جامع که در برگیرنده‌ی تمامی مطالب موجود در فیزیک پایه است نمودم که بتواند تا مقطع دکتری نانو فیزیک، فیزیک و فیزیک پزشکی مورد استفاده قرار گیرد.

به تمامی دانشجویان دوره‌ی کارشناسی و نیز دانشجویان کارشناسی ارشد توصیه می‌کنم که بعد از مطالعه‌ی منابع درس فیزیک عمومی در در لیست منابع پایانی آورده‌ام، به فهم تمامی مطالب این کتاب در کنار سوالات موجود در هر بخش بپردازند.

در این کتاب تمامی نکات و مفاهیم اساسی مربوط به مکانیک کلاسیک، الکترومغناطیس و ترمودینامیک با زبانی ساده ذکر شده و در پایان هر مبحث با بیان گروهی از مثال‌ها پیرامون آن سعی بر درک بهتر مطالب شده است. لازم به ذکر است که تمامی مطالب و سوالات به نحوی طرح شده‌اند که مشکلات دانشجویان در این درک برطرف شود.

در بخش پایانی کتاب سوالات بنیادی مربوط به این درس در گروه فیزیک و نیز گروه پزشکی آورده شده است و برای اینکه دانشجو در ریاضیات دچار مشکل نشود توصیه می‌کنم از پیوست‌های موجود در انتهای کتاب استفاده شود.

با سپاس بیکران

احسان-تنهایی

(نانو فیزیک دانشگاه تهران)

فهرست مطالب

فصل اول ـ فشار – موئینگی- سیالات و معادلات حاکم بر آن ۹
پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل اول ۲۵
پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل اول ۲۸
فصل دوم: امواج و صوت ۳۴
پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل دوم ۴۱
پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل دوم ۴۴
فصل سوم: دما و گرما – قانون صفرم و اول ترمودینامیک ۵۱
پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل سوم ۷۴
پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل سوم ۷۷
فصل چهارم: قانون دوم ترمودینامیک، آنتروپی و نظریه‌ی جنبشی گازها ۸۲
پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل چهارم ۹۷
پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل چهارم ۱۰۰
فصل پنجم: سوالات دکتری و ارشد سال جاری ۱۰۳
سوالات فیزیک عموی آزمون سال ۸۹ ..... ۱۰۳
پاسخ سوالات فیزیک عموی آزمون سال ۸۹ ..... ۱۰۷
سوالات سوالات فیزیک عموی آزمون سال ۹۰ ..... ۱۱۱
پاسخ سوالات فیزیک عموی آزمون سال ۹۰ ..... ۱۱۷
سوالات فیزیک عمومی (گروه نانوتکنولوژی پزشکی) سال ۹۰ ..... ۱۲۲
پاسخ سوالات فیزیک عمومی (گروه نانوتکنولوژی پزشکی) سال ۹۰ ..... ۱۲۴
فیزیک عمومی (گروه فیزیک) سال ۹۱ ..... ۱۲۹
پاسخ فیزیک عمومی (گروه فیزیک) سال ۹۱ ..... ۱۳۴
فیزیک عمومی (گروه فیزیک) سال ۹۲ ..... ۱۳۸
پاسخ فیزیک عمومی (گروه فیزیک) سال ۹۲ ..... ۱۴۲
ترمودینامیک پایه (گروه ژئوفیزیک) سال ۹۱ ..... ۱۶۰
ترمودینامیک پایه (گروه ژئوفیزیک) سال ۹۲ ..... ۱۶۴
پاسخ ترمودینامیک پایه (گروه ژئوفیزیک) سال ۹۲ ..... ۱۶۶
پیوست ۱۸۰
آزمون اول خودسنجی ماهان (۲۵٪ اول) ۱۸۹
پاسخنامه تشریحی آزمون اول خودسنجی ماهان (۲۵٪ اول) ۱۹۴
آزمون دوم خودسنجی ماهان(۲۵٪دوم) ۲۰۱
پاسخنامه تشریحی آزمون دوم خودسنجی ماهان (۲۵٪ دوم) ۲۰۸
آزمون چهارم خودسنجی ماهان (۲۵٪سوم) ۲۱۷
پاسخنامه تشریحی آزمون چهارم خودسنجی ماهان (۲۵٪ سوم) ۲۲۲
آزمون پنجم خودسنجی ماهان (۵۰٪ دوم) ۲۲۹
پاسخنامه تشریحی آزمون پنجم خودسنجی ماهان (۵۰٪دوم) ۲۳۴
آزمون ششم خودسنجی ماهان (جامع اول) ۲۳۹
پاسخنامه تشریحی آزمون ششم خودسنجی ماهان (جامع اول) ۲۴۴
آزمون هفتم خودسنجی ماهان (جامع دوم) ۲۵۷
پاسخنامه تشریحی آزمون هفتم خودسنجی ماهان (جامع دوم) ۲۶۲
منابع ۲۷۰

فصل اول

سیالات و معادلات حاکم بر آن

آنچه که در این فصل می‌خوانیم

- ☑ منگنه‌ی آبی و اصل پاسکال
- ☑ لوله‌های u شکل
- ☑ اصل ارشمیدس و نیروی شناوری
- ☑ معادله پیوستگی مربوط به تحول سیال
- ☑ معادله برنولی
- ☑ قضیه توریچلی
- ☑ اصل ارشمیدس-شناوری و غوطه وری

فصل اول

سیالات و معادلات حاکم بر آن

در ابتدا لازم است ویژگی‌های سیال را در حین تحول شناخت؛ چرا که بعدا با توجه به قوانین ترمودینامیک قرار است پیرامون تبادل کار و گرما در آنها نظر دهیم. سیال ماده‌ای است که جاری می‌شود، زیرا نمی‌تواند در برابر تنش برشی مقاومت کند.

تذکر

جرم واحد حجم یک جسم یا سیال را چگالی جرمی می‌نامند و از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$\rho = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{V}}\left(\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right)$$

تذکر

نیروی عمودی وارد بر سطح را فشار می‌نامند که در حالتی ساده به صورت زیر بیان می‌شود:

$$P = \frac{F}{A}(\frac{N}{m^۲})$$

تذکر

فشار یک کمیت اسکالر است و مطابق رابطه‌ی فوق از آنجا که از اندازه نیرو که یک کمیت اسکالر استفاده می‌شود، فشار کمیتی اسکالر خواهد بود.

تذکر

در SI واحد فشار، نیوتن بر مترمربع است که آن را پاسکال می‌نامند و ارتباط آنها به صورت زیر بیان می‌شود:

$$۱\mathrm{atm} = ۱/۰۱\times۱۰^۵\ \mathrm{pa} = ۷۶۰\mathrm{torr} = ۷۶۰\mathrm{mmHg} = ۱۴/۷\frac{\mathrm{Ib}}{\mathrm{in}^۲}$$

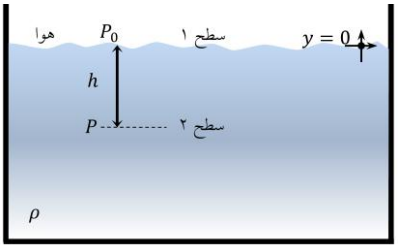
نکته

هرگاه سیال ساکن فرض شود، می‌توان اختلاف فشار بین دو نقطه غیر هم‌تراز را به صورت زیر بدست آورد که در آن فواصل Y از کف ظرف است:

$$p_۲ - p_۱ = \rho g(y_۲ - y_۱)$$

نکته

می‌توان در شکل دیگری با توجه به نفوذ hدر سیال، در صورتی‌که فشار محیط باشد در هر عمقی از سیال رابطه‌ی فشار را به صورت زیر داشت:



$$p_۲ = p \quad , y_۲ = h \quad , y_۱ = ۰ \quad , p_۱ = p_۰$$
$$p = p_۰ + \rho g h$$

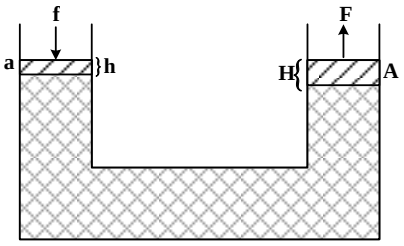
منگنه‌ی آبی و اصل پاسکال

یکی از اصول کاربری سیال در ترمزها استفاده از مفهوم پاسکال است، به همین دلیل شناخت آن ضرورت دارد.

اصل پاسکال

تغییر فشار اعمال شده بر یک سیال محصور و تراکم‌ناپذیر به صورت تضعیف‌نشده به تمام نقاط سیال و به دیواره‌های ظرف آن منتقل می‌شود.

ترمزهای هیدرولیکی و منگنه‌های آبی (همان‌طورکه ذکر شد) بر اساس اصل پاسکال عمل می‌کنند. طبق شکل، می‌توان ارتباط بین کمیت‌های موجود را به صورت زیر نوشت:



منگنه‌ی آبی و $h, H \to 0$

$$\boxed{\frac{F}{f} = (\frac{D}{d})^2 = \frac{A}{a} = \frac{\Delta x}{\Delta X}}$$

توجه شود که نسبت $(\frac{D}{d})^۲$ در صورتی در تساوی فوق ظاهر می‌شود که سطح مقطع‌های بزرگ (A) و کوچک a، دایره‌ای باشند.

۱- رابطه فوق نشان می‌دهد که به ازای $A_o \rangle A_i$ نیروی F_o باید بزرگتر از F_i باشد.

۲-اگر پیستون سمت چپ را به اندازه d_i پایین ببریم، پیستون سمت راست به اندازه d_o بالا می‌رود.

$$V = A_i d_i = A_o d_o$$

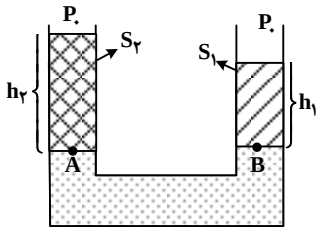
۳- کار انجام شده بر پیستون ورودی (چپ) توسط نیروی اعمالی با کار w دو پیستون خارجی برابر است.

$$w = F_o d_o = F_i d_i$$

لوله‌های u شکل و سیالات تراکم‌ناپذیر

هرگاه درون لوله‌هایی به فرم u، مایع‌هایی با ارتفاع و چگالی‌های مختلف ریخته شود، طبق اصل هم‌فشاری در حالت تعادل داریم:

۱- برای دو مایع با چگالی ρ_1 و ρ_2 با ارتفاع h_1 و h_2 مطابق شکل می‌توان رابطه‌ی زیر را نوشت، در شکل (S_2,S_1) معرف چگالی‌های سیال است:

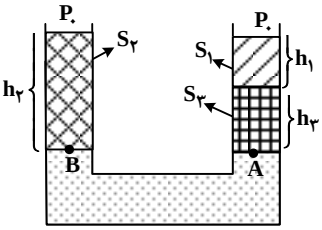


لوله‌ی u با دو سیال

$$P_A = P_B \rightarrow S_1gh_1 = S_2gh_2$$
$$S_1h_1 = S_2h_2$$

۲- برای سه مایع با چگالی‌های معین مطابق شکل رابطه‌ی زیر را در حالت تعادل خواهیم داشت:

$$\rho_1h_1 + \rho_3h_3 = h_2\rho_2$$



لوله‌ی u با سه سیال

نکته

در صورتی‌که جسم شناور را اندکی به بالا و پایین تغییر وضعیت دهیم، جسم، نوسان خواهد داشت به طوری‌که می‌توان برای وضعیت نوسان، معادله‌ی حرکت را به صورت مستقیم و یا از طریق انرژی نوشت و فرکانس حرکت را بدست آورد.

اصل ارشمیدس و نیروی شناوری

وقتی بخشی از یک جسم یا تمام آن درون یک سیال قرار می‌گیرد، یک نیروی شناوری $\vec{F}$ از طرف سیال به آن جسم وارد می‌شود، این نیرو، به سمت بالا بوده و اندازه‌ای برابر با وزن $m'g$ سیال جابه‌جا شده توسط جسم دارد.

$$F = m'g = \rho'Vg$$

که در آن m' جرم سیالی با چگالی ρ' و حجم V است که توسط جسم جابه‌جا شده است.

وقتی جسمی روی یک سیال شناور باشد، اندازه F_b نیروی شناوری وارد بر آن با اندازه‌ی F_g نیروی گرانشی وارد بر آن برابر است:

$$\rho'v'g = \rho vg \quad \text{یا} \quad F_B = F_g$$

می‌توان گفت: اندازه نیروی شناوری وارد بر یک جسم شناور با وزن آن جسم برابر است.

نکته

به طور کلی وزن ظاهری برای یک جسم به صورت زیر در یک سیال به صورت زیر بیان می‌شود:

(وزن ظاهری) = (وزن واقعی) − (اندازه نیروی شناوری) یا $F'_g = F_g - F_B$ یا $F'_g = F_g(1-\frac{\rho'}{\rho})$

نکته

اگر بخواهید سنگی را بلند کنید، می‌توانید این کار را در زیر آب راحت‌تر انجام دهید. در این حالت باید نیرویی برابر وزن ظاهری سنگ به آن وارد کنید که از وزن واقعی آن کمتر است، زیرا نیروی شناوری در بلند کردن سنگ به شما کمک می‌کند.

سیال متحرک و ویژگی‌های مربوط به آن

به علت پیچیدگی‌های رفتار سیال واقعی در مورد سیال ایده‌آل، صحبت خواهیم کرد .

نکته

چهار فرض برای سیال ایده‌آل که در صورت وجود آن سیال ایده‌آل است به صورت زیر بیان می‌شود:

۱- در شارش جریان پایا (یا لایه‌ای) سرعت سیال متحرک از لحاظ جهت و اندازه در هر نقطه ثابتی با گذشت زمان تغییر نمی‌کند.

۲- چنانچه چگالی سیال، ثابت و یکنواخت باشد، سیال تراکم‌ناپذیر است.

۳- چسبندگی یک سیال معیاری از مقاومت آن سیال در برابر جریان است در صورتی‌که موجود نباشد، سیال ایده‌آل است.

۴- در جریان بی‌گردش سیال حول محوری که از مرکز جرمش بگذرد، نمی‌چرخد.

نکته

۱- خط جریان مسیر یک عنصر کوچک سیال در هنگام جریان یافتن سیال است. سرعت عنصر سیال همیشه بر خط جریان مماس است.

۲- دو خط جریان هرگز نمی‌توانند یکدیگر را قطع کنند.

معادله پیوستگی مربوط به تحول سیال

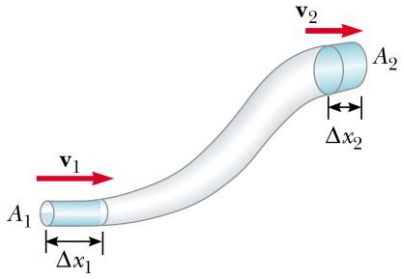
بقای جرم ایجاب می‌کند که جرمی که هر ثانیه وارد لوله می‌شود با جرمی که در هر ثانیه از آن لوله خارج می‌شود، برابر باشد یعنی خواهیم داشت:

ثابت $= \rho A v$ (آهنگ جرمی جریان)

اگر چگالی سیال یکنواخت باشد در حالت کلی می‌توان نوشت:

$$R_v = A_1 v_1 = A_2 v_2 = cte$$

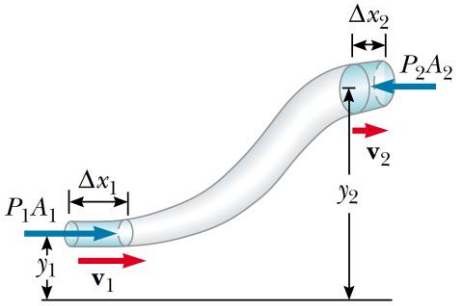
این رابطه بین تندی و مساحت مقطع معادله پیوستگی جریان سیال ایده‌آل نام دارد.



معادله برنولی

هرگاه سیال تراکم‌ناپذیر باشد برای دو نقطه دلخواه مثلا ۱ و۲ با توجه به این‌که معادله برنولی با اعمال اصل پایستگی انرژی مکانیکی به جریان یک سیال، بدست می‌آید می‌توان نوشت:

$$p_۱ + \frac{۱}{۲}\rho v_۱^۲ + \rho g y_۱ = p_۲ + \frac{۱}{۲}\rho v_۲^۲ + \rho g y_۲$$



و در حالت کلی برای این معادله داریم:

$$p + \frac{۱}{۲}\rho v^۲ + \rho g y = cte$$

توجه

برای یک سیال ساکن $v_۱ = v_۲ = ۰$ ، نتیجه به‌صورت زیر است:

$$p_۲ = p_۱ + \rho g(y_۱ - y_۲)$$

لوله‌ی ونتوری

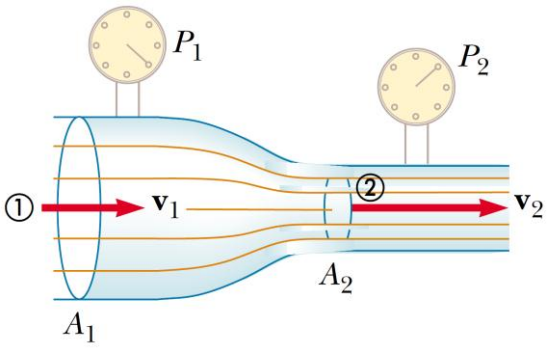
این دستگاه برای اندازه‌گیری تندی سیال داخل کانال به‌کار می‌رود که بین دو بخش لوله متصل می‌شود. مساحت مقطع ورودی و خروجی $A_۱$ با مساحت مقطع لوله یکی است.

تندی سیال در ورودی برابر $v_۱$ است، ولی با تندی $v_۲$ از گلوگاه با سطح مقطع $A_۲$ می‌گذرد. یک فشارسنج بین بخش پهن و باریک دستگاه قرار دارد. تغییر تندی سیال با تغییر فشار Δp همراه است، Δp که تغییر فشار در گلوگاه منهای فشار در لوله است. با اعمال معادله برنولی و معادله پیوستگی می‌توان روابط زیر را نوشت:

$$p_۱ + \frac{۱}{۲}\rho v_۱^۲ = p_۲ + \frac{۱}{۲}\rho v_۲^۲ \quad و \quad v_۱ = \frac{A_۲}{A_۱}v_۲$$

$$p_۱ + \frac{۱}{۲}\rho\left(\frac{A_۲}{A_۱}\right)^۲ v_۲^۲ = p_۲ + \frac{۱}{۲}\rho v_۲^۲$$

$$v_۲ = \sqrt{\frac{۲(p_۱ - p_۲)}{\rho(A_۱^۲ - A_۲^۲)}}$$



قضیه توریچلی

شکل زیر باریکه‌ی آبی را نشان می‌دهد که از سوراخی به فاصله h از سطح آب مخزنی که ارتفاع آب درون آن $y_۲$ است خارج می‌شود.

از آنجا که $A_۲ \rangle\rangle A_۱$ ، مایع در سطح فوقانی مخزن که فشار p است تقریبا ساکن است. با بکار بردن قانون برنولی برای نقاط ۱و۲ و توجه داشتن به این نکته که فشار $p_۱$ همان فشار اتمسفر است داریم:

$$p_۰ + \frac{۱}{۲}\rho v_۱^۲ + \rho g y_۱ = p + \rho g y_۲$$

$$y_۲ - y_۱ = h$$

$$v_۱ = \sqrt{\frac{۲(p - p_۰)}{\rho} + ۲gh}$$

چنانچه سر ظرف باز و فشار $p_۱$ برابر فشار جو $p_۰$ باشد، در آن صورت داریم:

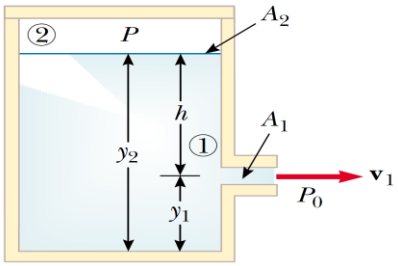
$$v_۱ = \sqrt{۲gh}$$

اینک برای یافتن فاصله می‌توان با استفاده از معادله حرکت، حرکت پرتابی نوشت:

$$y = \frac{-gx^۲}{۲v_۰^۲ \cos^۲\theta} + x\tan\theta + y_۰$$

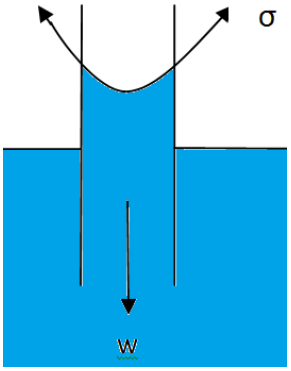
$$y = ۰ \quad y_۰ = y_۱ \quad ,\theta = ۰^\circ \quad ,v_۰ = v_۱$$

$$y_۱ = \frac{gx^۲}{۲v_۱^۲} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{۲v_۱^۲ y_۱}{g}}$$

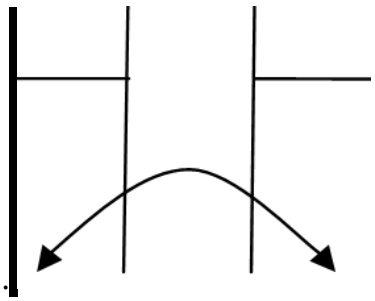


خاصیت مویینگی در ترمودینامیک سیال

این خاصیت که در تماس سیال مانند آب با دیواره‌ی ظرف ایجاد می‌شود دارای جنبه‌ی الکترومغناطیسی است به طور ساده می‌توان گفت سیال تا جایی در لوله بالا می‌رود که بین تنش‌های رو به بالا و وزن سیال جابه‌جا شده تعادل بر قرار شود. این حالت در سیالی پیش می‌آید که تمایل به چسبندگی به مولکول‌های لوله داشته باشد.



حالت دیگری که پیش می‌آید، این است که سطح سیال پایین می‌رود و در مورد سیالاتی رخ می‌دهد که تمایلی به چسبندگی به ملکول‌های جداره ظرف ندارند، در این حالت داریم:



$$F - W = ۰ \rightarrow \sigma L = W = \sigma \pi D = \gamma V$$

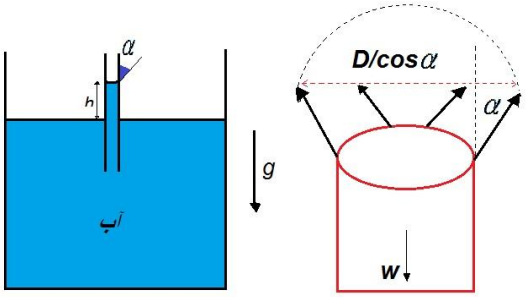
$$۲\pi R \sigma \cos\theta = \pi R^{۲} h \gamma$$

$$h = \frac{۲\sigma \cos\theta}{R\gamma}$$

θ زاویه سیال با جداره موئین، σ کشش سطحی و γ معرف وزن مخصوص سیال است.

اختلاف فشار بالا و پایین سیال بالا آمده در لوله مویین

با توجه به مفهوم ذکر شده در فوق از طریق مقدار آب بالا آمده در لوله می‌توان فشار را تحلیل نمود. ابتدا نیروهای وارد بر آن را رسم می‌کنیم. نیرویی برابر با وزن سیال بالا آمده به سمت پایین داریم. نیروی دیگری برابر با کشش سطحی به سمت بالا داریم. با مساوی قرار دادن این دو نیرو می‌توان ارتفاع آب بالا آمده را به‌دست آورد و اختلاف فشار بالا و پایین آب برابر است با فشار آب بالا آمده توسط نیروی کشش سطحی، پس داریم:



$$\sigma \pi D \cos(\alpha) = F_y$$

$$W = F_y$$

$$\Rightarrow \sigma \pi D \cos(\alpha) = \frac{\rho \pi D^{۲} h g}{۴}$$

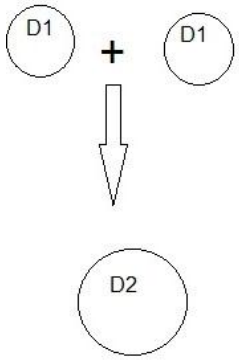
$$\Rightarrow \rho g h = \frac{۴\sigma \cos(\alpha)}{D}$$

$$P_i = P_۰ - \rho g h = P_۰ - \frac{۴\sigma \cos(\alpha)}{D}$$

$$\Rightarrow P_۰ - P_i = \frac{۴\sigma \cos(\alpha)}{D}$$

ترکیب دو حباب با قطرهای معین

یکی از سیستم‌های رایج در ترمودینامیک مسئله‌ی ترکیب دو حباب است. در صورتی‌که دو حباب آب به قطر D1 موجود باشد، این حباب‌ها به هم می‌پیوندند و حباب دیگری به قطر D2 ایجاد می‌کنند، در شرایط دما ثابت می‌توان پدیده‌ی فوق را بررسی نمود. به شکل زیر دقت شود:



از طریق ایده‌آل بودن گاز و نیز تعریف فشار با توجه به کشش سطحی و نیز پایستگی جرم در سیستم فوق می‌توان داشت:

$$M = M_1 + M_2$$

$$P_1 = P_0 + \frac{4\sigma}{S_1}$$

$$P_2 = P_0 + \frac{4\sigma}{D_2}$$

$$M_2 = M_1 + M_1 \rightarrow \rho_2 V_2 = 2\rho_1 V_1$$

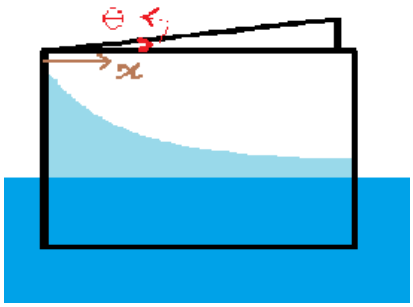
$$P_1 = \rho_1 RT, P_2 = \rho_2 RT \rightarrow P_2 V_2 = 2P_1 V_1$$

$$P_2 D_2^3 = P_1 D_1^3 \rightarrow (P_0 + \frac{4\sigma}{D_2}) D_2^3 = 2(P_0 + \frac{4\sigma}{D_1}) D_1^3$$

$$D_2 = \sqrt[3]{\frac{2(P_0 + \frac{4\sigma}{D_1})}{(P_0 + \frac{4\sigma}{D_2})}} D_1 \rightarrow D_2 = \sqrt[3]{2} D_1$$

دو صفحه درون سیال و تحلیل میزان بالا روی دو صفحه

مطابق شکل که با هم زاویه کوچکی را می‌سازند، درون سیال قرار می‌دهیم برای ارتفاع سیالی که بالا می‌آید می‌توان داشت:



المانی از شکل را جدا کرده و نیروهای آن را رسم می‌کنیم و زاویه بین نیروی کشش سطحی و صفحه تماس را آلفا فرض می‌کنیم، سپس ارتفاع سیال بالا آمده در المان را به‌دست می‌آوریم و آن را روی کل شکل بسط می‌دهیم و داریم:

$$2\sigma \cos\alpha dx = W$$

$$W = mg$$

$$\Rightarrow 2\sigma \cos\alpha dx = mg$$

$$m = \rho v$$

$$\Rightarrow 2\sigma \cos\alpha dx = \rho v g$$

$$v = h(x) x \tan\theta dx$$

$$\Rightarrow 2\sigma \cos\alpha dx = \rho h(x) x \tan\theta dx g$$

$$\Rightarrow h(x) = \frac{2\sigma cos\alpha}{\rho x \tan\theta g}$$

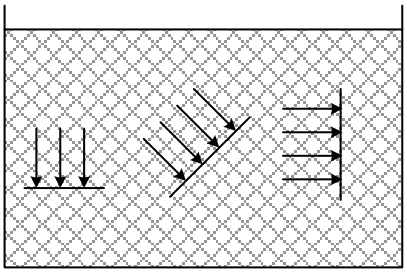
اصلاغل ارشمیدس و غوطه وری- فشار و نیروهای وارده به سیال

با توجه به مفاهیم مقدماتی پیرامون فشار و سیال می‌توان در حالت کلی تحول یک جسم را درون سیال بررسی نمود این تحولات شامل نیرو های مختلف اعمال شده به جسم و نیز غوطه‌وری و پایداری جسم درون سیال می‌باشد.

بررسی انواع نیروی وارد بر سطوح مسطح مربوط به سیالات

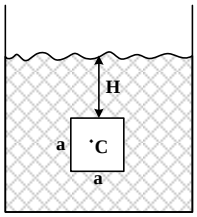
برای تمامی سطوح مسطح افقی و یا قائم درون سیال نیروی برآیند عمود بر سطح است، میزان این نیرو مطابق رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$F = \alpha h_c A$$

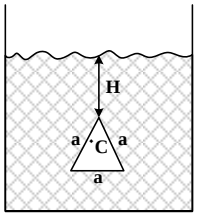


شکل:نیروی عمودی بر سطوح مسطح در سیال

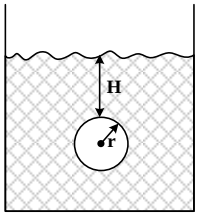
با توجه به رابطه‌ی فوق، α وزن مخصوص سیال، h_c فاصله‌ی سطح آزاد مایع تا مرکز سطح و A مساحت سطح است به عنوان مثال در اشکال زیر می توان این نکته را بررسی نمود.



$$h_c = H + \frac{c}{2}$$
$$A = \alpha^2$$



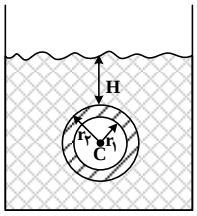
$$h_c = H + \frac{2}{3} a \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$h_c = H + r$$
$$A = \pi r^2$$

نکته

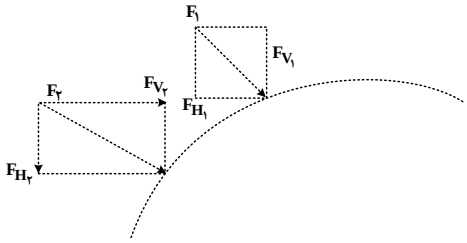
در صورتی که از سطح فرضی مسطح درون سیال قطعه‌ای خارج شود مکان مرکز سطح تغییر نمی‌کند، تنها مساحت سطح دستخوش تغییر خواهد شد به شکل توجه کنید:



$$h_c = H + r_2$$
$$A = \pi(r_2^2 - r_1^2)$$

نکته

در مورد نیروی ناشی از یک سیال روی سطح تخت می‌توان دید که نیروها با هم موازی و نیروی برآیند نیز موازی با تمام نیروهای دیگر در هر نقطه است و در نهایت بر سطح عمود می‌شود، اما اگر سطح دارای انحنای معین باشد، از آن جا که نیرو در هر نقطه همواره عمود بر سطح می‌باشد، دارای دو مؤلفه‌ی افقی و عمودی برای نیروی وارد بر سطح خواهیم بود یعنی:



شکل:نیروی وارد بر سطوح دارای انحنا درون سیال

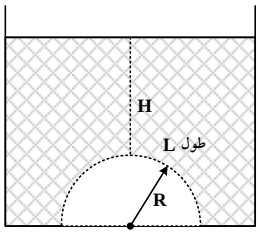
با توجه به شکل، F_V برآیند نیروهای عمودی و F_H برآیند نیروهای افقی می‌باشد که طبق آن رابطه‌ی زیر را داریم:

$$F_H = \gamma h A$$
$$F_V = \gamma V$$

Hفاصله‌ی سطح آزادمایع تامرکزسطح تصویرشده روی دیواره‌ی عمودی، γوزن مخصوص سیال،Vحجم بالای قسمت منحنی تاسطح ازادمایع وAمساحت جسم تصویرشده است.

به مثال زیر توجه کنید.

مثال- یک نیم استوانه به شعاع R درون مایعی با وزن γ در ته ظرف مطابق شکل قرار گرفته است. مقادیر نیروی افقی و عمودی را بیابید؟

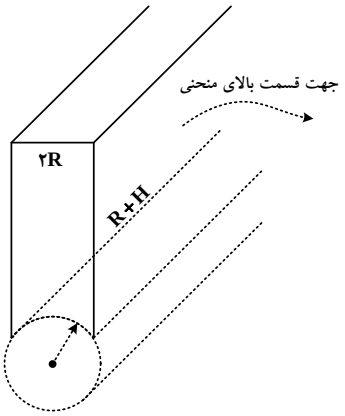


حل- نیروی افقی که از چپ به راست استوانه اعمال می‌شود با نیروئی که از راست به چپ اعمال می‌شود برابر است و برآیند نیروهای افقی صفر خواهد بود. مثلاً برای نیروهای افقی در یک جهت داریم:

$$F_H = \gamma(H + \frac{R}{2})(R.L)$$

و برای نیروهای عمودی داریم:

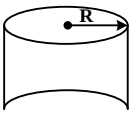
$$V=\left((H+R)2RL=\frac{\pi R^2}{2}L\right)$$



حال برای نیروی عمودی می‌توان نوشت:

$$F_V=\gamma V=\gamma\left((H+R)+2RL-\frac{\pi R^2}{2}L\right)$$

که به سمت پائین می‌باشد. در صورتی که جسم منحنی وار، نیم کره باشد داریم:



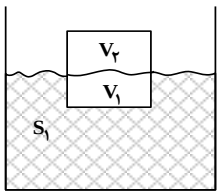
$$F_V=\gamma\bar{V};\ V=\pi R^2(H+R)-\frac{2}{3}\pi R^3$$

مفهوم اصل ارشمیدس و نیروی اعمالی بر جسم در سیال

در صورتی که جسمی با جرم معین m درون سیال (شاره) نفوذ کند، از طرف سیال نیروئی رو به بالا بر جسم وارد می‌شود که مقدار نیرو برابر با وزن سیال جابه‌جا شده در اثر نفوذ جسم در سیال است، که به آن نیروی شناوری گاهی اوقات به آن نیروی ارشمیدس نیز اطلاق می‌شود.

طبق قانون ارشمیدس می‌توان به روابط زیر اشاره کرد:

۱- مطابق شکل زیر اگر V_1 حجم سیال جابه‌جا شده، V حجم جسم، ρ چگالی جسم و ρ_1 چگالی سیال باشد آنگاه درصد غوطه‌وری و شناوری عبارتند از:



شکل: جسمی که درون سیال در حالت غوطه وری قرار دارد

الف) درصد شناوری $\rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 1 - \frac{\rho}{\rho_1}$

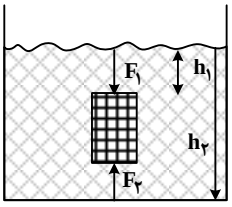
ب) درصد غوطه‌وری $\rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{\rho}{\rho_1}$

توجه

هر چقدر چگالی جسم به چگالی سیال نزدیک‌تر شود، جسم به میزان بیشتری غوطه‌ور خواهد بود.

۲- برای جسمی که مطابق شکل زیر دورن سیالی با چگالی ρ می‌توان رابطه‌ی زیر را داشت:

$$|F_2 - F_1| = \rho g V$$



شکل: اختلاف نیروی وارد به سطوح جسم درون سیال

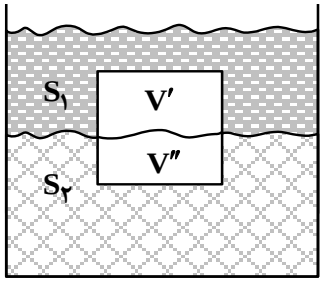
۳- به صورت ساده می‌توان گفت که اگر یک جسم با جرم معین m در یک سیال غوطه‌ور شود آنگاه:

$$(\rho = \rho_1)$$

۴- مطابق شکل زیر در صورتی که جسم m درون دو مایع مخلوط نشدنی در حالت غوطه‌وری باشد آنگاه روابط زیر را خواهیم داشت:

$$۱- V' = \frac{\rho_2 - \rho}{\rho_2 - \rho_1} V \; ; \; V'' = \frac{\rho_1 - \rho}{\rho_2 - \rho_1} V$$

$$۲- \; V' + V'' = V \; ; \; \rho \; (m \text{ چگالی جسم})$$



شکل: بررسی حالت غوطه وری جسم در دومایع مخلوط نشدنی

۵- هرگاه جسم m از پائین سیال به سمت بالا حرکتی شتابدار داشته باشد اگر ρ_1 چگالی سیال ρ چگالی جسم و V حجم سیال جابه‌جا شده آنگاه میزان شتاب بالا روی به صورت رابطه‌ی زیر خواهد بود:

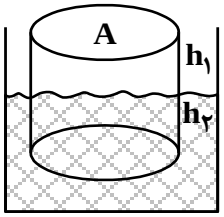
$$a = (\frac{\rho_1 - \rho}{m})Vg$$

نکته

با توجه به شکل می‌توان برای یک جسم شناور استوانه‌ای با چگالی ρ_2 که درون سیال با چگالی ρ_1 قرار دارد می‌توان روابط زیر را داشت:

$$h_1 = \frac{\rho_2}{\rho_1} h$$

$$h_2 = (1 - \frac{\rho_2}{\rho_1})h$$



شکل: جسم شناور استوانه‌ای با چگالی ρ_2 که درون سیال با چگالی ρ_1 قرار دارد

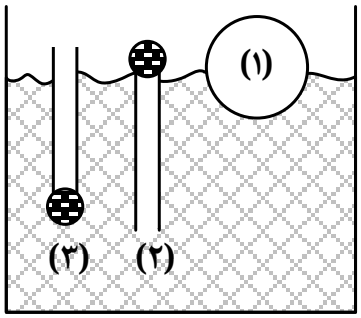
پایداری اجسام غوطه‌ور و شناور

زمانی که یک جسم درون یک سیال ایستا باشد دارای پایداری در حالت قائم است به طوری که:

۱- هر تغییر موقعیت کوچک به سمت بالا باعث می‌شود که حجم اشغال شده توسط جسم کاهش یافته و نیروئی به سمت پائین ایجاد می‌شود که قصد دارد جسم را به وضعیت اول بازگرداند.

۲- هر تغییر موقعیت کوچک به سمت پائین در وضعیت جسم باعث می‌شود که نیروی بازگردانی به سمت بالا ایجاد شود.

اینک با توجه به شکل می توان سه نوع تعادل جسم شناور را به صورت شماتیک داشت.



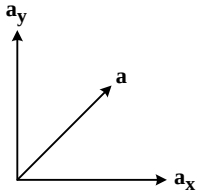
شکل : به ترتیب (۱) تعادل خنثی، (۲) تعادل ناپایدار، (۳) تعادل پایدار است

نکته

هرگاه جسم در حالت غوطه‌ور درون سیال موجود باشد، حالت تعادل زمانی رخ می‌دهد که مرکز شناوری در بالای مرکز گرایشی قرار داشته باشد، به طوری که اگر تحت عامل باشد.

بررسی وضعیت سیال درون ظرف که با شتاب حرکت می‌کند

هرگاه سیالی مطابق شکل تحت تأثیر شتاب خارجی a قرارگیرد بعد از گذشت زمان معین شتاب خارجی روی شتاب مایع اثر می‌گذارد، که سیال همانند یک جسم صلب رفتار می‌کند به طوری که فواصل بین هر دو نقطه از سیال ثابت می‌ماند.



شکل : تأثیر شتاب خارجی a روی سیال

توجه

اگر ظرف دارای شتاب در راستای y باشد، با علامت منفی در روابط وارد می‌شود.

حال با توجه به زاویه‌ی انحراف سیال تحت تأثیر شتاب a می‌توان رابطه‌ی زیر را نوشت:

$$\tan\theta = -\frac{a_x}{a_y + g}$$

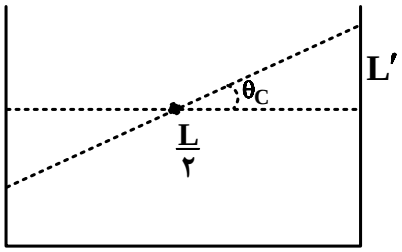
یکی از نکات اساسی دیگر پیرامون حرکت شتاب دار ظرف، تحلیل مقدار آب خارج شده از ظرف می‌باشد. با توجه به شکل اگر ظرف تحت تأثیر شتاب‌های a_x و a_y قرار گیرد، تا زمانی که سطح آزاد سیال به بالای ظرف نرسد مایع خارج نمی‌شود. یعنی برای بررسی طبق رابطه‌ی زیر می توان نوشت:

۱) $\theta > \theta_c \rightarrow$ سیال از ظرف خارج می‌شود

۲) $\theta \leq \theta_c \rightarrow$ سیال از ظرف خارج نمی‌شود

و با توجه به شکلمی‌توان کمیت θ_c را به صورت رابطه‌ی زیر را داشت:

$$\tan\theta_c = \left(\frac{L'}{\frac{L}{2}}\right)$$



شکل: زاویه‌ی بحرانی θ_c، برای سیالی که تحت شتاب است

θ_c، زاویه‌ای است که تحت آن مایع در آستانه‌ی خارج شدن از ظرف قرار گیرد و مقدار آن همواره ثابت است.

تنش و کرنش در سیستم‌های ترمودینامیکی

در مورد سیستم جامد می‌توان روابط زیر را برای تغییرات آنها بیان نمود:

۱ـ برای ماده‌ی جامد (به عنوان مثال سیم یا میله) که دارای سطح مقطع مشخصی است مقدار $\left(\frac{\Delta\ell}{\ell_0}\right)$ را strain (کرنش) می‌نامند.

۲ـ برای ماده‌ی جامد (سیم یا میله) با سطوح مقطع مختلف می‌توان توسط نیروهائی متناسب با سطح مقطع، کرنش یکسان اینجاد کرد به طوری که طبق آن $\frac{\Delta F}{A}$ را تنش می نامند.

۳ـ اگر کرنش خیلی کوچک باشد آنگاه نسبت تنش و کرنش مقداری ثابت خواهد بود و رابطه‌ی آنها خطی است، که به این مقدار ثابت مدول یانگ گفته می‌شود که مطابق با رابطه‌ی زیر بیان می‌شود:

$$y = -\left(\frac{\frac{dF}{A}}{\frac{d\ell}{\ell_0}}\right)$$

گاهی به صورت ساده تغییرات طول را $\Delta\ell = x$ و dF را F در نظر می‌گیرند و مدول یانگ که دارای مقداری ثابت است به صورت رابطه‌ی زیرا این دو کمیت ارتباط پیدا می‌کند:

$$F = -\frac{yA}{\ell_0}x$$

مقدار ضریب مدول یانگ برای گروهی از مواد در جدول آمده است.

جدول : مقدار ضریب مدول یانگ برای هر ماده- مقدار ضریب مدول یانگ مقداری ثابت دارد

نوع ماده	مقدار ضریب مدول یانگ N/m^2
آلومینیوم	6×10^{0}
برنج	9×10^{0}
مس	12×10^{0}
شیشه	6×10^{0}
فولاد	20×10^{0}

نکته ضروری

در مدول یانگ داشتیم $f = -\frac{Ay}{\ell_0}x$ *که کمیت* $\frac{Ay}{\ell_0}$ *همان ضریب ثابت فنر(ثابت سختی فنر) خواهد بود.*

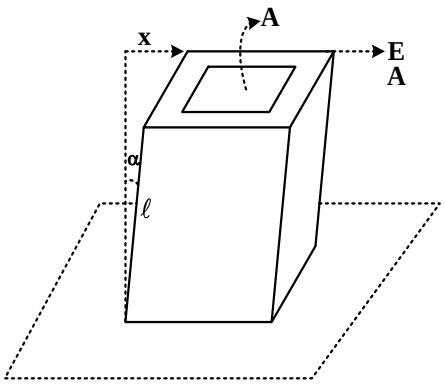
نکته ضروری

اگر α مطابق شکل، به عنوان زاویه‌ی قابل بازگشت باشد و F نیروی اعمال شده به سطح، آنگاه می توان کمیتی به نـام مـدول استحکام(n) را تعریف نمود که در دو حالت زیر تحلیل شده است:

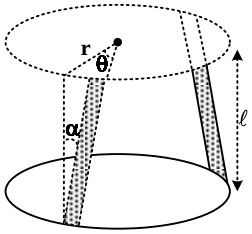
۱-باتوجه به نحوه‌ی قرار گیری جسم و زاویه‌ی مشخص شده می توان مدول استحکام را به صورت رابطه‌ی زیر بررسی نمود

$$n = \frac{-F/A}{\alpha};\ \alpha = \frac{x}{\ell}$$

$$F = \frac{-nA}{\ell}dx$$



۲- برای سطوح دایره‌وار با توجه به زاویه α و n رابطه‌ی زیر را خواهیم داشت:



$$\alpha = \frac{X}{\ell} = \frac{r\theta}{\ell}$$

$$F = -\frac{nAr\theta}{\ell}$$

توجه

معمولاً مقدار مدول یانگ از مدول استحکام بیشتر است و در گاهی موارد این دو مقدار مشابهی پیدا می‌کنند.

نکته ضروری

در مورد جامدات تغییرات حجمی را در یک فرآیند هم دما تحت مدول کپه‌ای (حجمی) طبق رابطه‌ی زیر بیان می‌کنند:

$$\beta = -V\frac{dP}{dV}$$

و عکس آن را تراکم‌پذیری می‌گویند که در رابطه‌ی زیر دیده می شود:

$$K = \frac{-1}{V}\frac{dV}{dP}$$

پرسش‌های تالیفی

۱- چوبی در آب قرار گرفته است و $\frac{۱}{۵}$ آن از آب بیرون است، جرم حجمی چوب نسبت به آب چقدر است؟

۲- یک قطعه چدن که دارای تعدادی حفره است، در هوا ۲۷ کیلوگرم و در آب ۱۸ کیلوگرم وزن دارد. حجم این قطعه چقدر است؟(چگالی نسبی ۷/۸ اختیار کنید)

۳- یک جسم فلزی از یک نیروسنج آویزان شده است. وقتی که جسم در هوا قرار دارد، نیروسنج ۵۰۰ نیوتن را نشان می‌دهد، ولی وقتی در آب غوطه‌ور است نیروسنج ۴۳۵ نیوتن را نشان می‌دهد، چگالی جسم چقدر است؟

۴-در یک پرس هیدرولیکی قطر پیستون کوچک‌تر از ۳۰ میلی‌متر و قطر پیستون بزرگ‌تر از ۳۰۰ میلی‌متر است. در صورتی‌که نیرو ۴۰۰ نیوتن به پیستون کوچک‌تر وارد شود نیروی کلی اعمال شده بر پیستون بزرگ‌تر را حساب کنید.

۵- فشار در کف ظرف روبازی به ارتفاع $\mathbf{m}$ ۳ را، اگر $\mathbf{۲/۱m}$ ظرف از آب $۱۰^{\circ}C$ درجه و بقیه از روغن به چگالی مخصوص ۰/۸ پر شده باشد، بر حسب $\mathbf{atm}$بدست آورید.

۶-از لوله‌ای با مساحت ۴ سانتی‌متر مربع جریان آبی با سرعت ۵ متر بر ثانیه می‌گذرد. در قسمتی از ارتفاع لوله به تدریج ۱۰ متر کاسته می‌شود و درهمین حال مقطع آن به ۸ سانتی‌متر مربع افزایش می‌یابد. سرعت شارش آب در سطح پایین چقدر است؟

۷- سطح آب در یک مخزن به اندازه $\mathbf{H}$ از سطح زمین بالاتر آمده است. یک سوراخ کوچک را در چه عمقی ($\mathbf{h}$) از سطح آزاد آب باید ایجاد کرد تا جریان آبی که به طور افقی از آن خارج می‌شود، در بیشترین فاصله از پای مخزن به زمین برخورد کند؟

۸- از شیر آبی که قطر داخلی آن $\mathbf{d}$ است، آب با سرعت اولیه $V_{\circ}$ به طور پیوسته خارج می‌شود. قطر جریان را در فاصله $\mathbf{h}$ زیر محل خروج آب حساب کنید (از مقاومت هوا صرف نظر می‌گردد و فرض کنید که آب به صورت قطره در می‌آید).

۹- سیالی تراکم‌ناپذیر در لوله‌ای افقی با قطر متغیر در جریان است. با توجه به معادله برنولی در مقطع کوچک‌تر لوله، عبارت درست کدام است؟

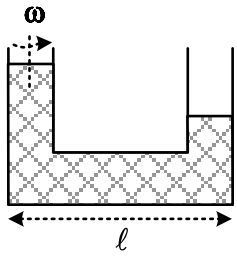
۱) سرعت سیال بیشتر و فشار کمتر است.

۲) سرعت و فشار سیال بیشتر است.

۳) سرعت و فشار سیال کمتر است.

۴) سرعت سیال کمتر و فشار بیشتر است.

۱۰- لوله‌ی u شکل به طول ℓ از مایع با چگالی ρ پر شده است، اگر لوله حول یکی از اضلاع خود با w بچرخد. اختلاف ارتفاع مایع در دو شاخه چقدر است؟



۱۱- علت این‌که سطح دریاچه از بالا به پایین یخ می‌زند کدام است؟

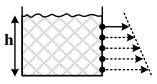
۱) چگالی آب با عمق آب کاهش می‌یابد.

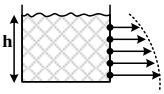
۲) چگالی آب از ۴ درجه سانتی‌گراد به صفر درجه سانتی‌گراد کاهش می‌یابد.

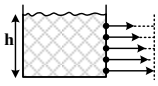
۳) چگالی آب با عمق آب زیاد می‌شود.

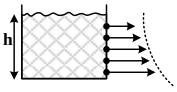
۴) چگالی آب بین ۴ درجه سانتی‌گراد زیاد می‌شود.

۱۲-سوراخ‌های متعدد در دیواره‌ی یک مخزن حاوی آب ایجاد شده با توجه به آن کدام گزینه درست است؟

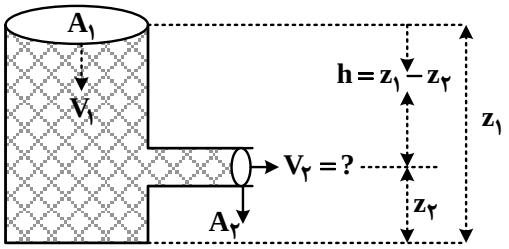
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

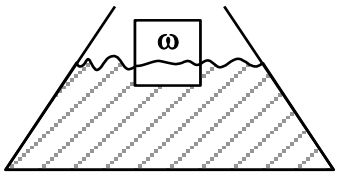
۱۳- اگر درون تانکر سیالی با چگالی ρ موجود باشد، سرعت خروج مایع کدام است؟



۱۴- در حالت ساده اگر مخزنی حاوی آب تحت شتاب افقی قرار گرفته باشد، فشار چگونه با عمق h مایع تغییر می‌کند؟ θ زاویه انحراف است

۱۵- رابطه‌ی تغییرات فشار از مرکز کره‌ای با چگالی ρ و شعاع R کدام است؟ r فاصله‌ی دلخواه و (ρ_0 و P_0) چگالی و فشار اولیه است.

۱۶- مطابق شکل زیر اگر وزنه‌ای با وزن w را قرار دهیم و نیروی وارد بر کف ظرف را f' بنامیم، کدام گزینه صحیح است؟



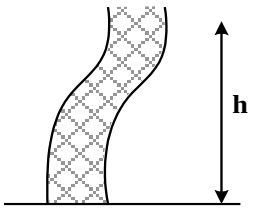
۱) w

۲) $f' < w$

۳) $f' > w$

۴) صفر

۱۷- مطابق شکل لوله‌ی خمیده‌ای محتوی آب است. جسمی را که از آب سبک‌تر است در ته آن قرار می‌دهیم و به سطح لوله و آب می‌آید، در طول این جابه‌جایی کار نیروی ارشمیدس چقدر است؟ (چگالی آب و جسم ρ و ρ' و حجم جسم V)



۱۸- در یک ظرف مستطیلی با قاعده‌ی $20\text{cm}\times 10\text{cm}$ تا ارتفاع ۵ cm آب ریخته‌ایم. اگر این ظرف با شتاب $\frac{g}{2}$ به پایین حرکت کند، فشار وارد بر کف ظرف کدام است؟ $(g=10\frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

پاسخ پرسش‌های تالیفی

-۱

$$F_b = mg \Rightarrow \rho' V' g' = \rho V' g \Rightarrow \rho' \left(\frac{۴}{۵} V\right) g = \rho V g \Rightarrow \frac{\rho}{\rho'} = \frac{۴}{۵}$$

-۲

وزن ظاهری با وزن واقعی و نیروی ارشمیدس به صورت زیر است:

$$W' = W - F_b \Rightarrow ۱۸g = ۲۷g - F_b \Rightarrow F_b = ۹g$$

$$F_b = \rho' V' g \Rightarrow ۹g = \rho' V' g \Rightarrow \rho' V' = ۹ \Rightarrow V' = \frac{۹}{\rho'} = \frac{۹}{۱۰۰۰} = ۹\times ۱۰^{-۳} m^۳$$

V'حجم سیال جابه‌جا شده یا حجم چدن غوطه‌ور در آب است.

$$\rho = ۷.۸\times ۱۰^۳ \frac{kg}{m^۳}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow ۷.۸\times ۱۰^۳ = \frac{۲۷}{V} \Rightarrow V = ۳.۴۶\times ۱۰^{-۳} m^۳$$

Vحجم چدن در هواست پس داریم:

$$V'' = V' - V = (۹ - ۳.۴۶)\times ۱۰^{-۳} = ۵.۵۴\times ۱۰^{-۳} m^۳$$

-۳

$$W' = W - F_b = W\left(۱ - \frac{\rho'}{\rho}\right)$$

$$۴۳۵ = ۵۰۰\left(۱ - \frac{\rho'}{\rho}\right) \Rightarrow \frac{\rho'}{\rho} = ۱ - \frac{۴۳۵}{۵۰۰} = \frac{۶۵}{۵۰۰} \quad \text{و} \quad \rho' = ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$$

$$\rho = \frac{۵۰۰}{۶۵}\rho' = ۷۶۹۲ \frac{kg}{m^۳}$$

-۴

$$\Delta p = \frac{F_i}{A_i} = \frac{F_۰}{A_۰}$$

$$\frac{۴۰۰}{\pi\left(\frac{۳۰}{۲}\right)^۲} = \frac{F_۰}{\pi\left(\frac{۳۰۰}{۲}\right)^۲} \Rightarrow F_۰ = \frac{۴۰۰\times (۳۰۰)^۲}{(۳۰)^۲} = ۴\times ۱۰^۴ N$$

-۵

$$p = p_۰ + \rho_۱ g h_۱ + \rho_۲ g h_۲$$

$$p = ۱۰^۵ + ۱۰۰۰\times ۱۰\times ۲.۱ + ۸۰۰\times ۱۰\times ۰.۹ = ۱۰^۵ + ۲.۱\times ۱۰^۴ + ۷.۲\times ۱۰^۳$$

$$= (۱ + ۰.۲۱ + ۰.۰۷۲)\times ۱۰^۵ = ۱.۲۸۲\times ۱۰^۵ \ pa$$

-۶

$$R_V = A_۱ V_۱ = A_۲ V_۲ = const \quad , \quad A_۱ = ۴cm^۲ \ , \quad V_۱ = ۵\frac{m}{s} \quad , \quad A_۲ = ۸cm^۲ \quad , \quad V_۲ = ?$$

$$۴\times ۵ = ۸V_۲ \Rightarrow V_۲ = \frac{۲۰}{۸} = ۲.۵\frac{m}{s}$$

-۷

$$x=\sqrt{\frac{۲v_۱^۲y_۱}{g}}=\sqrt{\frac{۲(۲gh)(H-h)}{g}}=\sqrt{۴h(H-h)}$$

برای این‌که x ماکزیمم باشد، داریم:

$$\frac{dx}{dh}=۰\Rightarrow\frac{(H-۲h)}{\sqrt{۴h(H-h)}}=۰\Rightarrow h=\frac{H}{۲}\quad و\quad X_{max}=H$$

-۸

$$\frac{۱}{۲}mV_۰^۲+mgh=\frac{۱}{۲}mV^۲\Rightarrow V^۲=\sqrt{۲gh+V_۰^۲}$$

$$R=A_۱V_۱=A_۰V_۰\Rightarrow\pi\frac{d^۲}{۴}V_۰=\pi\frac{d_۱^۲}{۴}\sqrt{۲gh+V_۰^۲}$$

$$\Rightarrow d_۱=d\left[\frac{V_۰}{\sqrt{gh+V_۰^۲}}\right]^{\frac{۱}{۲}}$$

۹- گزینه«۱» صحیح است.

$$\begin{cases}p_۱+\rho gh_۱+\frac{۱}{۲}\rho V_۱^۲=p_۲+\rho gh_۲+\frac{۱}{۲}\rho V_۲^۲\\A_۱V_۱=A_۲V_۲\end{cases}$$

اگر $A_۲\langle A_۱$ باشد، طبق معادله پیوستگی باید $V_۲\langle V_۱$ باشد:

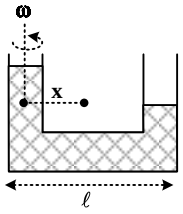
$$p_۱+\tfrac{۱}{۲}\rho V_۱^۲=p_۲+\frac{۱}{۲}\rho V_۲^۲$$

چون $V_۲>V_۱$، برای این‌که معادله برنولی برقرار باشد باید $p_۱\rangle p_۲$ باشد.

-۱۰

می‌توان از رابطه‌ی گریز از مرکز و نیز نیروی فشار داشت:

$$\left.\begin{aligned}F=PA=\Delta hg\rho\\F=\int_۰^{\ell}x\rho w^۲dV=\int_۰^{\ell}\rho w^۲xAdx=\frac{\rho w^۲\ell^۲}{۲}\end{aligned}\right\}\rightarrow\Delta h=\frac{w^۲\ell^۲}{۲\ell}$$



۱۱- گزینه «۲» صحیح است.

تنها برای آب در محدوده‌ی 4^{Oc} تغییر غیرعادی داریم به طوری‌که زیر 4^{Oc} انبساط غیرعادی و کاهش چگالی دارد.

۱۲- گزینه «۲» صحیح است.

هر چه طبق رابطه‌ی $\sqrt{2gh}$ از ته به بالا حرکت کنیم سرعت کمتر شده و حالت تقعرگونه داریم.

-۱۳

از طریق معادله‌ی برنولی می‌توان داشت:

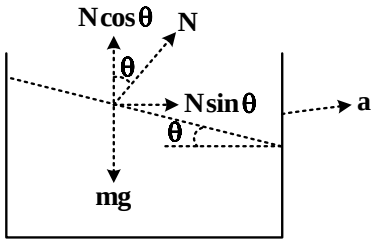
$$P_1+\frac{1}{2}\rho V_1^2+mgz_1=P_2+\frac{1}{2}\rho V_2^2+mgz_2$$

$$V_1A_1=V_2A_2;P_1=P_2=P_0(atm);z_1=h,z_2=0$$

$$V_2^2=\sqrt{\frac{2gh}{1-(\frac{A_2}{A_1})^2}}$$

-۱۴

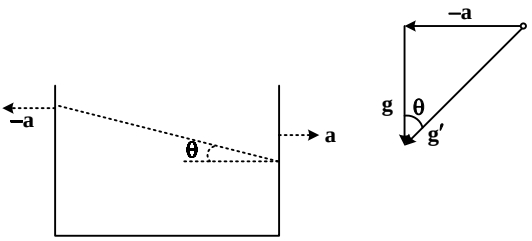
با توجه به شتاب اعمال شده بر سیستم و نیز با توجه به شکل می‌توان داشت:



پس داریم:

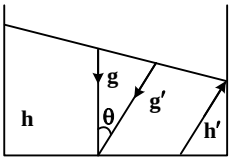
$$\begin{matrix}N\cos\theta=mg\\N\sin\theta=ma\end{matrix}\rightarrow\tan\theta=\frac{a}{g}$$

از دید ناظر لخت که شتاب را حس نمی‌کند داریم:



$$\vec{g}'=\vec{g}-\vec{a}\rightarrow g'=\frac{g}{\cos\theta}$$

حال با توجه به شکل داریم:



$$\begin{pmatrix}P=Patm+\rho g'h'\Rightarrow\Delta P=\rho g'h'\\h'=h\cos\theta,g'=\frac{g}{\cos\theta}\end{pmatrix}\Rightarrow\Delta P=\rho gh$$

-۱۵

با توجه به تغییرات فشار برای هر سیاره‌ی کروی با ارتفاع h داشتیم: